مبینا اشرفی تکالیف شماره ۲ یازدهم دخترانه 13 توابع و خواص آن‌ها

1

$۲x^۲-۴x+y^۲+۶y=-k \rightarrow \underline{۲x^۲-۴x}+\underline{y^۲+۶y}+۲+۹=-k+۱۱ \rightarrow (\sqrt{۲}x-\sqrt{۲})^۲+(y+۳)^۲$

$=-k+۱۱ \xRightarrow{\text{تابع غیر تهی}} -k+۱۱=۰ \rightarrow \boxed{k=۱۱}$

2.

$$f(x)\begin{cases} x^۲+۴x & x\geq a \\ ۲x+a+۲ & x<a \end{cases} \xRightarrow{x=a} a^۲+۴a=\underbrace{۲a+}_{۳a}a+۲ \rightarrow a^۲+a-۲=۰$$

$(a+۲)(a-۱)=۰$ ، $a=۱$ ✓ ، $a=-۲$ ✗

مطابق شرط ذکر شده $a>۰$ پس تنها مقادیر +a قابل قبول بوده بنابراین ۲- غ ق است ⇐ $a=۱$

$f(۱) \xrightarrow[۱\leq ۱]{۱\geq ۱}$ ، $x^۲+۴x \xrightarrow{x=۱} ۱+۴=۵$ ✓ ، $۲x+۱+۲ \xrightarrow{x=۱} ۲+۱+۲=۵$ ✓

3.

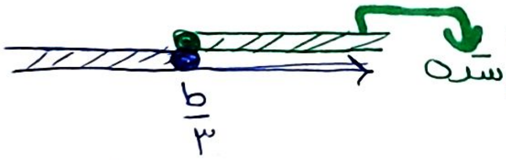
$$f(x)\begin{cases} ۲x^۲-b & |x+۱|\geq ۲ \\ a+۲x & -۳\leq x\leq -۱ \end{cases}$$

$|x+۱|\geq ۲ \rightarrow$ ، $x+۱\leq -۲ \rightarrow x\leq -۳$ ، $x+۱\geq ۲ \rightarrow x\geq ۱$

$\xrightarrow{x=-۳} ۲(۹)-b=a+۲(-۳) \rightarrow ۱۸-b=a-۶ ، a+b=۱۸+۶=۲۴$

4.

$\sqrt{۶x-a}+\sqrt{b-۳x} \rightarrow$ ، $۶x-a\geq ۰ \rightarrow x\geq \frac{a}{۶}$ ، $b-۳x\geq ۰ \rightarrow x\geq \frac{-b}{\boxed{-}۳} \rightarrow x\leq \frac{b}{۳}$



دامنه تابع تک نقطه ای است $\{۲\}$ ⇐ $\frac{b}{۳}=\frac{a}{۶}=۲$ ، $\frac{b}{۳}=۲ \rightarrow b=۶$ ، $\frac{a}{۶}=۲ \rightarrow a=۱۲$

$\Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{۶}{۱۲}=\frac{۱}{۲}$

---

5. الف

$\frac{x+۱}{|x-۳|}\geq ۰$ ، $x+۱ \rightarrow -۱$ ، $|x-۳| \rightarrow ۳$

x		-۱		۳	
x+۱	−		+		+
|x-۳|	+		+		+
	−		+	ت ن	+

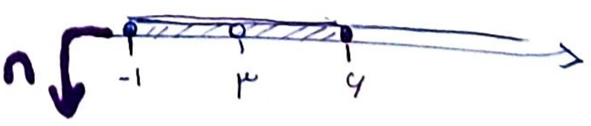
$\rightarrow [-۱,۳)\cup(۳,+\infty)$

$\frac{۶-x}{x^۲+۲x+۴}\geq ۰ \Rightarrow ۶-x\geq ۰ \rightarrow x\leq ۶$ ، $۶-x \rightarrow ۶$

$\hookrightarrow b^۲-۴ac \rightarrow ۴-۴(۱)(۴)$ ، $\Delta<۰$

ریشه ندارد همواره برقرار

$\cap$



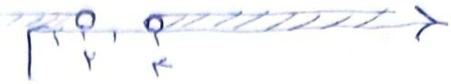
$[-۱,۳)\cup(۳,۶]$

۴-

ب

$[x]-۴ \geq ۰ \to [x] \geq ۴ \to x \geq ۴$

$۲-[x] \geq ۰ \to [x] \leq ۲ \quad x \leq ۲$



الف

6- $\dfrac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶} \geq ۰ \to x^۲-x-۶ \quad (x-۳)(x+۲) < \begin{matrix} x=\boxed{-۲} \\ x=\boxed{۳} \end{matrix}$

$\xrightarrow{x^۲=t} t^۲-۱۳t+۳۶ \quad (t-۴)(t-۹) < \begin{matrix} t=۴ \to x=\pm ۲ \\ t=۹ \to x=\pm ۳ \end{matrix}$

x		-۳		-۲		۲		۳	
$x^۲-x-۶$	+		−		−		+		+

$\to (-\infty,-۳) \cup (۲,۳) \cup (۳,+\infty)$

ب

① $۶ \sqrt{\underbrace{-۵-۲}_{-۷}+۱} = ۰$ جمع ضرایب $\Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} x^۳-۲x^۲-۵x+۶ & \boxed{x-۱} \\ -x^۳+x^۲ & \boxed{x^۲-x-۶} \\ \hline -x^۲-۵x+۶ & \\ +x^۲-x & \\ \hline -۶x+۶ & \\ +۶x-۶ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\dfrac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶}$$

توان
جمع ضرایب فرد = زوج
(توان)

② $\dfrac{۲-۶}{-۴} = \dfrac{-۵+۱}{-۴} \Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} x^۳+۲x^۲-۵x-۶ & \boxed{x+۱} \\ -x^۳-x^۲ & \boxed{x^۲+x-۶} \\ \hline x^۲-۵x-۶ & \\ -x^۲-x & \\ \hline -۶x-۶ & \\ +۶x+۶ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

③ $\dfrac{\overset{۱}{(x-۱)}(x^۲-x-۶)}{\underset{-۱}{(x+۱)}(x^۲+x-۶)} \geq ۰$

$x^۲-x-۶=۰ \to \overset{۳}{(x-۳)}\overset{-۲}{(x+۲)}$

$x^۲+x-۶=۰ \to \underset{-۳}{(x+۳)}\underset{۲}{(x-۲)}$

x		-۳		-۲		-۱		۱		۲		۳	
$x-۱$	−		−		−		−		+		+		+
$x^۲-x-۶$	+		+		−		−		−		−		+
$x+۱$	−		−		−		+		+		+		+
$x^۲+x-۶$	+		−		−		−		−		+		+
	+		−		+		−		+		−		+

$(-\infty,۳) \cup [-۲,-۱) \cup [۱,۲) \cup [۳,+\infty)$

الف

7- $\sqrt{[-x]-۲} \to [-x]-۲ \geq ۰ \quad [-x] \geq ۲ \to D_f = [-۲,+\infty)$

ب

$\dfrac{۵x^۲+۶}{[x]^۲-۲[x]-۳} \to [x]^۲-۲[x]-۳ \neq ۰ \xrightarrow{[x]=t} t^۲-۲t-۳=۰$

$\to (t+۱)(t-۳)=۰ \begin{cases} t=-۱ \to [x]=-۱ \to -۱ \leq x < ۰ \\ t=۳ \to [x]=۳ \to ۳ \leq x < ۴ \end{cases}$

$D_f = R - \{[-۱,۰) \cup [۳,۴)\}$

8-

الف

$\frac{\cot x+1}{\tan x+1} \rightarrow \tan x+1\neq ۰ \rightarrow \tan x\neq -1$ $\frac{\sin}{\cos}$

$R-[k\pi+\frac{۳\pi}{۴}]$

$۱\cap R-\{k\pi+\frac{۳\pi}{۴}, k\pi+\frac{\pi}{۲}\}$

$\cos x\neq ۰ \; R-[k\pi+\frac{\pi}{۲}]$

ب

$\sqrt{1-۴\sin^۲x} \rightarrow 1-۴\sin^۲x\geq ۰ \rightarrow ۴\sin^۲x\leq 1 \rightarrow \sin^۲x\leq\frac{1}{۴}$

$-\frac{1}{۲}\leq\sin x\leq+\frac{1}{۲} \xrightarrow{x} [k\pi-\frac{\pi}{۶}, k\pi+\frac{\pi}{۶}]$

9-

الف

$\sqrt{1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}} \rightarrow 1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}\geq ۰ \rightarrow 1\geq\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1} \rightarrow \log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}\leq 1 \rightarrow x-1\leq\frac{1}{۲}$

$x\leq +1+\frac{1}{۲}$ $\frac{۳}{۲}$

$\hookrightarrow x-1>۰ \rightarrow x>1$ $\cap$ $x\leq\frac{۳}{۲}$

$(1, \frac{۳}{۲}]$

ب

$\frac{\sqrt{x^۲-x}}{1-\log_۴^{x^۲-۳x}}$

$\rightarrow x^۲-x\geq ۰ \rightarrow \underset{۰}{x}(\underset{1}{x-1})\geq ۰$

x		۰		۱	
$x^۲-x$	+		-		+

$\rightarrow (-\infty,۰]\cup[1,+\infty)$ ①

$\hookrightarrow x^۲-۳x>۰ \rightarrow \overset{۰}{x}(\overset{۳}{x-۳})>۰$

x		۰		۳	
$x^۲-۳x$	+		-		+

$\rightarrow (-\infty,۰]\cup[۳,+\infty$ ②

$1-\log_۴^{x^۲-۳x}\neq ۰ \rightarrow \log_۴^{x^۲-۳x}\neq 1 \rightarrow x^۲-۳x\neq ۴ \rightarrow x^۲-۳x-۴\neq ۰ \rightarrow (\underset{۴}{x-۴})(\underset{-1}{x+1})$

$x\neq ۴$
$x\neq -1$ ③

$1\cap ۲\cap ۳ \Rightarrow \boxed{(-\infty,-1)\cup(-1,۰)\cup(۳,+\infty)}$

10-

الف

$\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸} \rightarrow ۲^{۴x-x^۲}-۸\geq ۰ \rightarrow ۲^{۴x-x^۲}\geq \cancel{۸}\, ۲^۳ \rightarrow ۴x-x^۲\geq ۳ \rightarrow -x^۲+۴x-۳\geq ۰$

$\rightarrow -(x^۲-۴x+۳)\geq ۰ \rightarrow x^۲-۴x+۳\leq ۰ \rightarrow (x-1)(x-۳)$ $x=1$, $x=۳$

x		۱		۳	
$x^۲-۴x+۳$	+		-		+

$\rightarrow [1,۳]$

ب

$(\frac{۳x+۵}{۲x+۴})! \rightarrow \frac{۳x+۵}{۲x+۴}>۰$

x		-۲		$-\frac{۵}{۳}$	
	-		-		+
	-		+		+
	+		-		+

$D_f:(-\infty,-۲)\cup[-\frac{۵}{۳},+\infty$