نوشین اردلی ـ تکلیف ۲ ـ سری B دختران

(۱

$$2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \qquad y^2+6y=(y+3)^2-9$$

$$2(x^2-2x)=2(x-1)^2-2$$

$$2(x-1)^2-2+(y+3)^2-9+k=0$$

$$2(x-1)^2+(y+3)^2-11+k=0$$

$$2(x-1)^2+(y+3)^2=11-k$$

$\boxed{k=11}$ ← هر دو طرف برابر صفر ← اگر $x=1$، $y=-3$

۲)

به ازای $x = a$ بالایی و پایینی برابر هستند

$a^2 + 4a = 2a + a + 2$

$a^2 + a - 2 = 0 \quad (a+2)(a-1) = 0 \quad a = \cancel{-2}, 1$ چون $a > 0$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq 1 \\ 2x + a + 2 & x < 1 \end{cases} \quad f(1) = 5$$

۳)

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x+1| \geq 2 \\ a + 2x & -3 < x < -1 \end{cases} \quad |x| \geq 1$$

$x = -3$ برابر هستند

$2 \times 9 - b = a - 6$

$18 - b = a - 6$

$18 + 6 = a + b \quad a + b = 24$

(14

$$y = \sqrt{4x - a} + \sqrt{b - 3x}$$

$b - 3x \geq 0$

$4x - a \geq 0$ $\quad$ $b \geq 3x$ $\quad$ $x \leq \frac{b}{3}$

$\frac{a}{4} \leq x$

$$D_f = x \in \left[\frac{a}{4}, \frac{b}{3}\right]$$

چون تقابلی طهصفدار $\quad$ $\frac{a}{4} = 3$ $\quad$ $\frac{b}{3} = 2$

$a = 12$ $\quad$ $b = 6$

$$\frac{b}{a} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

(۵

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\dfrac{6-x}{x^2+2x+4}}$

$\sqrt{\dfrac{x+1}{|x-3|}}\geq 0$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{6-x}{x^2+2x+4}\geq 0$

$x+1\geq 0 \quad x\geq -1$ $\qquad\qquad$ $x \to \Delta<0$ ریشه ندارد پس

$|x-3|\neq 0$ $\qquad\qquad$ همواره $\oplus$

$x\neq 3$ $\qquad\qquad$ $6-x\geq 0 \quad 6\geq x$

$[-1,+\infty)-\{3\}$ I $\qquad\qquad$ $(-\infty,6]$ II

$I\cap II=[-1,6]-\{3\}$

سوال ۵

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$

$\sqrt{[x]-4}\geq 0$ $\qquad$ $\sqrt{2-[x]}\geq 0$

$[x]\geq 4$ $\qquad$ $[x]\leq 2$

$[4,+\infty)$ I $\qquad$ $(-\infty,3)$ II

$D_f=I\cap II=\emptyset$

سوال ۶ الف)

$$y=\sqrt{\frac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}}\geq 0$$

$x^2-x-6=(x+2)(x-3)\geq 0$

	-2		3	
$+$	0	$-$	0	$+$

$(-\infty,-2]\cup[3,+\infty)$ II

x^4-13x^2+36

$(x^2-4)(x^2-9)$

	-3		-2		2		3	
$+$	$\boxed{0}$	$-$	$\boxed{0}$	$+$	$\boxed{0}$	$-$	$\boxed{0}$	$+$

I $(-\infty,3)\cup(-2,2)\cup(3,+\infty)$

$D_f=I\cap II=(-\infty,3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

سوال ۶ ب

$$y=\sqrt{\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$$

جمع ضرایب = ۰ پس عبارت بر $(x-1)$ بخش پذیر است

جمع ضرایب توان زوج = جمع ضرایب توان فرد پس عبارت بر $(x+1)$ بخش پذیر است

$$\frac{(x-1)(x+2)(x-3)}{(x+1)(x-2)(x+3)}\geq 0$$

	-3		-2		-1		1		2		3	
$+$	$\boxed{0}$	$-$	0	$+$	$\boxed{0}$	$-$	0	$+$	$\boxed{0}$	$-$	0	$+$

$(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

سوال ۷)

الف) $y=\sqrt{[-x]-2} \geq 0$ $\quad [-x]\geq 2$

$[x]\leq -2$

$D_f=(-\infty,-2]$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{5x^2+4}{[x]^2-2[x]-3}} \geq 0$ $\quad 5x^2\geq -4 \quad x^2\geq -\frac{4}{5}$

$D_f=\mathbb{R}$ $\quad II$

$([x]+1)([x]-3)>0$

$[x]>-1 \qquad [x]>3$

$(-1,+\infty) \cup [4,+\infty)$ $\quad I$

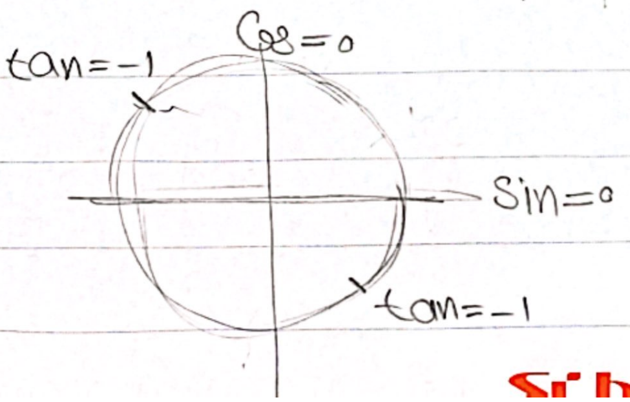
$D_f = I \cap II = (-1,+\infty)$

سوال ۸)

الف) $\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}$ $\qquad \tan x+1\neq 0 \quad \tan x\neq -1$

$\dfrac{\frac{\cos}{\sin}+1}{\frac{\sin}{\cos}+1}$ $\qquad \sin,\cos\neq 0$

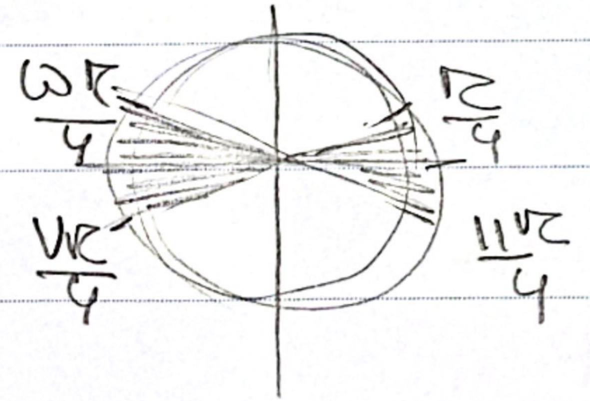
$D_f=\mathbb{R}-\{k\pi,\ k\pi+\frac{\pi}{2},\ k\pi-\frac{\pi}{4}\}$



سوال ۸)

ب) $y = \sqrt{1 - 4\sin^2 x} \geq 0$

$\frac{1}{4} \geq \sin^2 x \qquad -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$



$D_f = [k\pi - \frac{\pi}{6} , k\pi + \frac{\pi}{6}]$

۹)

الف) $\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}} \geq 0$ $\qquad$ $x-1>0$

$x>1 \quad \mathrm{I}$

$\log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \leq 1$ $\qquad$ $D_f = \mathrm{I} \cap \mathrm{II} = (1, \frac{3}{2}]$

$\frac{1}{2}^{1} \leq x-1$ $\qquad$ $\frac{3}{2} \leq x \quad \mathrm{II}$

ب)

$y = \dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}} \neq 0$ $\qquad$ $x^2-x \geq 0$

$\underset{0}{x}\,\underset{1}{(x-1)} \geq 0$

x		0		1	
y	$+$		$-$		$+$

$(-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \quad \mathrm{I}$

$1 \neq \log_4^{x^2-3x}$

$D_f = \mathrm{I} \cap \mathrm{II} = (-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

$4^1 \neq x^2-3x-$

	-1		4	
$+$		$-$		$+$

$0 \neq x^2-3x-4$

$(x-4)(x+1)$

$(-\infty, -1] \cup [4, +\infty) \quad \mathrm{II}$

سوال ۱۰

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8} \geq 0$

$2^{4x-x^2} \geq 8$ $\quad 2^3=8$

$4x-x^2 \geq 3 \quad 4x-x^2-3 \geq 0$

$-(x^2-4x+3)\geq 0 \quad -(x-1)(x-3)\geq 0$

$$\begin{array}{c|ccccc} & & 1 & & 3 & \\ \hline & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

$D_f=[1,3]$

ب) $\left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)!$ $\quad \frac{3x+5}{2x+4}\in \mathbb{Z}$

از روش عضو مولد: $-\left(\frac{4k-5}{2k-3}\right)=\frac{-4k+5}{2k-3}$

$D_f=\{x=\frac{-4k+5}{2k-3}$