۱۸/۵

نوشین اردلی _ تکلیف ۲ _ سری B دختران

۱) $y^2+6y=(y+3)^2-9$ $2x^2+y^2-4x+6y+k=0$

$2(x^2-2x)=2(x-1)^2-2$

ب)

$2(x-1)^2-2+(y+3)^2-9+k=0$

$2(x-1)^2+(y+3)^2-11+k=0$

$2(x-1)^2+(y+3)^2=11-k$

✓ اگر $x=1$ و $y=-3$ ← هر دو طرف عبارت صفر ← $\boxed{k=11}$

۲) به ازای $x=a$ بالایی و پایینی برابر هستند

$$a^2+4a=2a+a+2$$

$a^2+a-2=0$ $(a+2)(a-1)=0$ $a=\cancel{-2}, ①$ چون $a>0$

$$f(x)=\begin{cases} x^2+4x & x\geq 1\\ 2x+a+2 & x<1\end{cases}$$

$f(1)=5$

د

۳)

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-b & |x+1|\geq 2 \quad |x|\geq 1\\ a+2x & -3\leq x\leq -1\end{cases}$$

د

$x=-3$ برابر هستند

$$2\times 9-b=a-6$$

$$18-b=a-6$$

$18+6=a+b$ $a+b=\boxed{24}$

(۱۴

$$y=\sqrt{۶x-a}+\sqrt{b-۳x}$$

$b-۳x\geqslant ۰$

$۶x-a\geqslant ۰$ $\quad b\geqslant ۳x$ $\quad x\leqslant \frac{b}{۳}$

$\frac{a}{۶}\leqslant x$

$D_f = x\in\left[\frac{a}{۶},\frac{b}{۳}\right]$

②

چون تک عضوی است $\quad \frac{a}{۶}=۲ \quad \frac{b}{۳}=۲$

$a=۱۲$ ✓ $\quad b=۶$

$$\frac{b}{a}=\frac{۶}{۱۲}=\frac{۱}{۲}$$

(۵

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x+1}{|x-3|}} + \sqrt{\dfrac{9-x}{x^2+2x+4}}$

$\sqrt{\dfrac{x+1}{|x-3|}} \geq 0$

$\dfrac{9-x}{x^2+2x+4} \geq 0$

$x+1 \geq 0 \quad \boxed{x \geq -1}$

$\Delta < 0$ ریشه نداره پس

همواره ⊕

$|x-3| \neq 0$

✓

$x \neq 3$

$9-x \geq 0 \quad 9 \geq x$

$[-1, +\infty) - \{3\} \quad I$

$(-\infty, 9] \quad II$

$I \cap II = [-1, 9] - \{3\}$

Sčbó

سوال ۵

ب) $y=\sqrt{[x]-۴}+\sqrt{۲-[x]}$

$D_f=I\cap II=\phi$

$\sqrt{[x]-۴}\geqslant ۰$ $\qquad$ $\sqrt{۲-[x]}\geqslant ۰$

$[x]\geqslant ۴$ $\qquad$ $[x]\leqslant ۲$

$[۴,+\infty)$ I $\qquad$ $(-\infty,۳)$ II

۲

سوال ۶ الف)

$y=\sqrt{\frac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}}\geqslant ۰$

$x^۲-x-۶=(x+۲)(x-۳)\geqslant ۰$

$-۲ \quad ۳$

$+ \quad ۰ \quad - \quad ۰ \quad +$

$(-\infty,۲]\cup[۳,+\infty)$ II

$x^۴-۱۳x^۲+۳۶$

$(x^۲-۴)(x^۲-۹)$

$-۳ \quad -۲ \quad ۲ \quad ۳$

$+ \quad \boxed{} \quad - \quad \boxed{} \quad + \quad \boxed{} \quad - \quad \boxed{} \quad +$

I $(-\infty,۳]\cup[-۲,۲]\cup[۳,+\infty)$

$D_f=I\cap II=(-\infty,۳)\cup(۲,۳)\cup(۳,+\infty)$

سوال ۶ ب

۲

$y=\sqrt{\frac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶}}$

$x^۳-۲x^۲-۵x+۶ \to$ جمع ضرایب = ۰ پس عبارت بر $(x-۱)$ بخش‌پذیر است

$x^۳+۲x^۲-۵x-۶ \to$ جمع ضرایب توان زوج = جمع ضرایب توان فرد پس عبارت بر $(x+۱)$ بخش‌پذیر است

$\frac{(x-۱)(x+۲)(x-۳)}{(x+۱)(x-۲)(x+۳)}\geqslant ۰$

$-۳ \quad -۲ \quad -۱ \quad ۱ \quad ۲ \quad ۳$

$+ \quad \boxed{} \quad - \quad ۰ \quad + \quad \boxed{} \quad - \quad ۰ \quad + \quad \boxed{} \quad - \quad ۰ \quad +$

$(-\infty,-۳)\cup[-۲,-۱)\cup[۱,۲)\cup[۳,+\infty)$

سوال ۷)

الف) $y = \sqrt{[-x]-۲} \geq ۰$ $\quad [-x] \geq ۲$

$[x] \leq -۲$

$D_f = (-\infty , -۲]$ ✓

①

ب) $y = \sqrt{\dfrac{۵x^۲+۹}{[x]^۲-۲[x]-۳}} \geq ۰$ $\quad ۵x^۲ \geq -۹ \quad x^۲ \geq -\dfrac{۹}{۵}$

$D_f = \mathbb{R}$ $\quad \text{II}$

$([x]+۱)([x]-۳) > ۰$ $\quad D_f = \mathbb{R} - \{[۳,۴), [-۱,۰)\}$

$[x] > -۱ \qquad [x] > ۳$

$(-۱,+\infty) \cup [۴,+\infty)$ $\quad \text{I}$

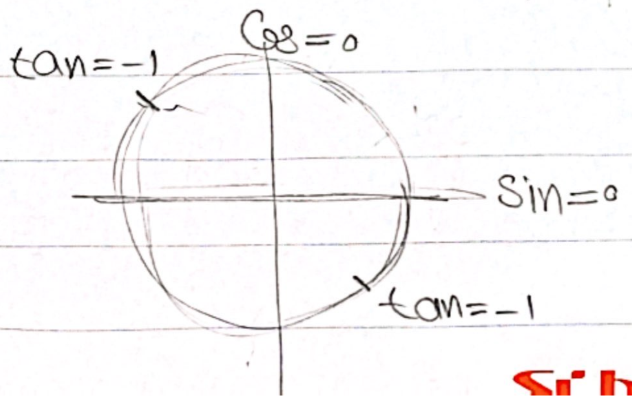
$D_f = \text{I} \cap \text{II} = (-۱,+\infty)$

سوال ۸)

الف) $\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}$ $\qquad \tan x+1 \neq ۰ \quad \tan x \neq -1$

$\dfrac{\frac{\cos}{\sin}+1}{\frac{\sin}{\cos}+1}$ $\qquad \sin , \cos \neq ۰$

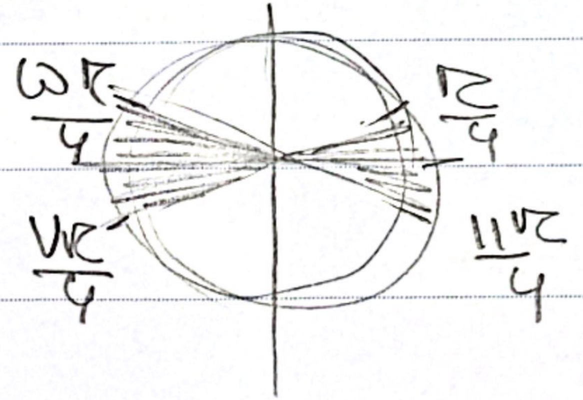
$D_f = \mathbb{R} - \{k\pi , k\pi + \frac{\pi}{۲} , k\pi - \frac{\pi}{۴}\}$ ✓



سوال ۸)

ب) $y = \sqrt{1-4\sin^2 x} \geq 0$

$\frac{1}{4} \geq \sin^2 x \qquad -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$



$D_f = \left[k\pi - \frac{\pi}{6} , k\pi + \frac{\pi}{6}\right]$

(۹

الف) $\sqrt{1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}} \geq 0$ $\qquad x-1>0$

$x>1 \quad I$

$\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1} \leq 1 \qquad D_f = I \cap II = (1, \frac{۳}{۲}]$

$\frac{1}{۲} \leq x-1 \qquad \frac{۳}{۲} \leq x \quad II$

۱,۵

ب)

$y = \frac{\sqrt{x^۲-x}}{1-\log_۴^{x^۲-۳x}} \neq 0$ $\qquad x^۲-x \geq 0$

$x(x-1) \geq 0$

۰ ۱

x		۰		۱	
y	+		−		+

$1 \neq \log_۴^{x^۲-۳x}$ $\qquad (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \quad I$

$D_f = I \cap II = (-\infty, -1] \cup [۴, +\infty)$

$۴^1 \neq x^۲-۳x-$

	−۱		۴	
+		−		+

$0 \neq x^۲-۳x-۴$

$(x-۴)(x+1)$

$x \neq -1, ۴$

Scbó $(-\infty, -1] \cup [۴, +\infty) \quad II$

$D_f = (-\infty, 0) \cup (۳, +\infty) - \{-1, ۴\}$

سوال ۱۰)

۲

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8}\geqslant 0$

$2^{4x-x^2}\geqslant 8$ $\qquad 2^3=8$

$4x-x^2\geqslant 3$ $\qquad 4x-x^2-3\geqslant 0$

$-(x^2-4x+3)\geqslant 0$ $\qquad -(x-1)(x-3)\geqslant 0$

	1		3	
−	0	+	0	−

$D_f=[1,3]$

ب) $\left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)!$ $\qquad \frac{3x+5}{2x+4}\in\mathbb{Z}$

از روش ضرمولد جزوه : $-\left(\frac{4k-5}{2k-3}\right)=\frac{-4k+5}{2k-3}$

$D_f=\{x=\frac{-4k+5}{2k-3}$