هلیا عقبانی

① $2x^2+y^2-4x+6y+k \qquad k=m+n$

$2x^2-4x+m \rightarrow 4x = 2\times\sqrt{2}x\times\sqrt{m} \Rightarrow \boxed{m=2}$

$y^2+6y+n \rightarrow 6y = y\times 2\times\sqrt{n} \Rightarrow \sqrt{n}=3 \rightarrow n=9$

$k=m+n=9+2=\boxed{11}$

② هر دو معادله در مقدار a مشترکند.

$x^2+4x \xrightarrow{x=a} a^2+4a = 2a+a+2 \rightarrow a^2+4a=3a+2$

$2x+a+2 \xrightarrow{x=a}$

$a^2+a-2=0 \quad (a-1)(a+2) \rightarrow a=1, -2 \xrightarrow{a>0} \boxed{a=1}$

$f(1)=(1)^2+4(1)=\boxed{5}$

③ $\begin{cases} 2x^2-b & |x+1|\geq 2 \rightarrow x+1\geq 2 \rightarrow x\geq 1 \\ & x+1\leq -2 \quad \underset{\text{مشترک}}{x\leq -3} \\ a+2x & -3\leq x\leq -1 \end{cases}$

$2x^2-b , a+2x \xrightarrow{x=-3} 18-b=a-6 \rightarrow \boxed{a+b=24}$

④ $y=\sqrt{9x-a}+\sqrt{b-3x}$

$9x\geq a \qquad b\geq 3x \Rightarrow 3b\geq 9x$

$[a,+\infty) \qquad (-\infty,b]$

$3b=a=3 \rightarrow b=1, a=3 \qquad \boxed{\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{3}}$

(۵)

الف) $\sqrt{\dfrac{x+1}{|x-۳|}} + \sqrt{\dfrac{۶-x}{x^۲+۲x+۴}}$

$\dfrac{x+1}{|x-۳|} \geq ۰ \qquad x = -۱ , ۳^{*}$

$$\begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۳^{*} & \\ \hline - & \circ & + & \circ & + \end{array}$$

$[-۱ , +\infty) - \{۳\}$ ☆

$\dfrac{۶-x}{x^۲+۲x+۴} \qquad x = ۶ \qquad ۶-x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۶$ ☆

$x^۲+۲x+۴ \rightarrow \Delta < ۰ \qquad (-\infty , ۶]$

☆ $\cap$ ☆ $\rightarrow [-۱ , ۶] - \{۳\}$

ب) $\sqrt{[x]-۴} + \sqrt{۲-[x]}$

$[x] - ۴ \geq ۰ \rightarrow [x] \geq ۴ \rightarrow x \geq ۴$

$۲ - [x] \geq ۰ \quad [x] \leq ۲ \rightarrow x < ۳$

اشتراک $= \phi$

$D_f = \phi$

(۶)

الف) $\sqrt{\dfrac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}} \qquad \dfrac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶} \geq ۰$

$t^۲ - ۱۳t + ۳۶ = ۰ \quad (t-۹)(t-۴)$

$t = ۹ , t = ۴$

$t = x^۲ \Rightarrow t = x^۲ = ۹ \Rightarrow x = \pm ۳$

$t = x^۲ = ۴ \rightarrow x = \pm ۲ \qquad x^۲ - x - ۶ = (x-۳)(x+۲)$

$x = ۳ , -۲$

$x = -۳ , ۳^{*} , -۲^{*} , ۲$

$$\begin{array}{ccccccccc} & -۳ & & -۲^{*} & & ۲ & & ۳^{*} & \\ \hline + & \circ & - & \circ & - & \circ & + & \circ & + \end{array}$$

$(-\infty , -۳) \cup (۲ , ۳) \cup (۳ , +\infty)$

⑥

ب) $\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$ → جمع ضرایب =0 ← بخش بر $x-1$

ضرایب زوج و فرد برابر ← بخش بر $x+1$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-5x+6 & x-1 \\ \underline{x^3 \mp x^2} & x^2-x-6 \\ -x^2-5x+6 & \\ \underline{-x^2 \mp x} & \\ -6x+6 & \\ \underline{-6x+6} & \\ 0 & \end{array}$$

$= (x-3)(x+2)$

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-5x-6 & x+1 \\ \underline{x^3 \pm x^2} & x^2+x-6 \\ x^2-5x-6 & \\ \underline{x^2 \pm x} & \\ -6x-6 & \\ \underline{-6x-6} & \\ 0 & \end{array}$$

$(x+3)(x-2)$

$$\frac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+3)(x-2)(x+1)} \geq 0 \qquad x=1,3,-2 \qquad -3,2,-1$$

-3		-2		-1		1		2		3	
$+$		$-$		$+$		$-$		$+$		$-$	$+$

$D_f: (-\infty,-3) \cup [-2,-1) \cup [1,2) \cup [3,+\infty)$

⑦

الف) $\sqrt{[-x]-2} \qquad [-x]-2 \geq 0 \rightarrow [-x] \geq 2$

$-x \geq 2 \qquad \boxed{x \leq -2}$

ب) $\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3 \neq 0} \qquad [x]=t \rightarrow t^2-2t-3 \neq 0$

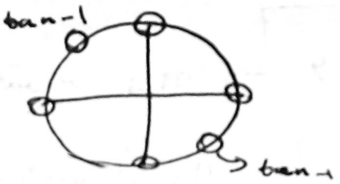
$(t-3)(t+1) \rightarrow t \neq 3, -1$

$[x] \neq -1 \rightarrow x \neq [-1,0)$

$[x] \neq 3 \rightarrow x \neq [3,4) \quad \Big\} \rightarrow D_f = R - [-1,0) \cup [3,4)$

(۸)

الف) $\frac{\cot x+1}{\tan x+1}$



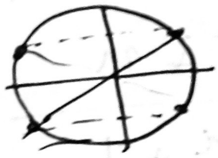
$\tan x+1 \neq 0$

$\tan x \neq -1$

$D_f = R - \{\frac{k\pi}{2}, 2k\pi - \frac{\pi}{4}\}$

ب) $\sqrt{1-4\sin^2 x}$ $1-4\sin^2 x \geq 0$ $4\sin^2 x \leq 1$

$\Rightarrow \sin^2 x \leq \frac{1}{4}$ $-\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$



$D_f = [k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{6}]$

(۹)

الف) $\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$ $1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \geq 0$ $x-1>0$ $\boxed{x>1}$

$\log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \leq 1$ $x-1 \leq \frac{1}{2}$ $\boxed{x \leq \frac{3}{2}}$

$D_f = (1, \frac{3}{2}]$

ب) $\frac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}}$ $x^2-x \geq 0 \to x(x-1) \geq 0$

0		1	
+	−	+	

$1-\log_4^{x^2-3x} \neq 0$ $\log_4^{x^2-3x} \neq 1$

$x^2-3x>0$

0		3	
+	−	+	

$\Rightarrow x^2-3x \neq 4$ $x^2-3x-4 \neq 0$ $\boxed{x \neq -1, 4}$

$(x-4)(x+1)$

~~$D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) - \{-1, 4\}$~~

$D_f = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty) - \{-1, 4\}$

الف) $\sqrt{2^{-x^2+4x}-8}$ $\quad 2^{-x^2+4x}-8 \geq 0$

$2^{-x^2+4x} \geq 8 = 2^3$ $\quad -x^2+4x \geq 3$

$-x^2+4x-3 \geq 0$

$\Rightarrow x^2-4x+3 \leq 0 \quad (x-1)(x-3) \leq 0$

	1		3	
+	0	−	0	+

$D_f = [1,3]$

ب) $\left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)!$

$\frac{3x+5}{2x+4} \in W, \quad x = -\frac{4w-5}{2w-3} = \cancel{\frac{5-4w}{}} \quad x = \frac{-4w+5}{2w-3}$

$\left\{x \mid x = \frac{-4k+5}{2k-3}, k \in W\right\}$