هلیا تقوایی

۱۹٫۵

①

$۲x^۲ + y - ۴x + ۶y + K \qquad K = m + n$

$۲x^۲ - ۴x + m \rightarrow ۴x = ۲ \times \sqrt{۲}x \times \sqrt{m} \Rightarrow m = ۲$

$y^۲ + ۶y + n \rightarrow ۶y = y \times ۲ \times \sqrt{n} \Rightarrow \sqrt{n} = ۳ \rightarrow n = ۹$

$K = m + n = ۹ + ۲ = ۱۱$ ✓ ۵

② هردو معادله در مقدار a مشترکند.

$x^۲ + ۴x \xrightarrow{x=a} a^۲ + ۴a = ۲a + a + ۲ \rightarrow a^۲ + ۴a = ۳a + ۲$ ۵

$۲x + a + ۲ \xrightarrow{x=a}$

$a^۲ + a - ۲ = ۰ \quad (a-۱)(a+۲) \rightarrow a = ۱, -۲ \xrightarrow{a>۰} a = ۱$

$f(۱) = (۱)^۲ + ۴(۱) = ۵$

③

$\begin{cases} ۲x^۲ - b \\ a + ۲x \end{cases} \quad |x+۱| \geq ۲ \rightarrow x + ۱ \geq ۲ \rightarrow x \geq ۱$

$-۳ \leq x \leq -۱ \qquad x + ۱ \leq -۲ \quad x \leq -۳$ مشترک ✓ ۵

$۲x^۲ - b \,,\, a + ۲x \xrightarrow{x=-۳} ۱۸ - b = a - ۶ \rightarrow a + b = ۲۴$

④

$y = \sqrt{۶x - a} + \sqrt{b - ۳x}$

$۶x \geq a \qquad b \geq ۳x \Rightarrow ۲b \geq ۶x$

$[a, +\infty) \qquad (-\infty, b]$ ✓ ۵

$۲b = a = ۲ \rightarrow b = ۱, a = ۲ \qquad \frac{b}{a} = \frac{۱}{۲}$

(۵)

الف) $\sqrt{\dfrac{x+1}{|x-3|}} + \sqrt{\dfrac{6-x}{x^2+2x+4}}$

$\dfrac{x+1}{|x-3|} \geq 0 \qquad x=-1 , 3^{*}$

$-1 \quad 3^{*}$

$- \ \circ \ + \ \circ \ +$

$[-1,+\infty)-\{3\}$ ☆

$\dfrac{6-x}{x^2+2x+4} \qquad x=6 \qquad 6-x\geq 0 \to x\leq 6$ ☆

$x^2+2x+4 \to \Delta<0 \qquad (-\infty,6]$

☆ $\cap$ ☆ $\to [-1,6]-\{3\}$

ب) $\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$

$[x]-4\geq 0 \to [x]\geq 4 \to x\geq 4$

$2-[x]\geq 0 \qquad [x]\leq 2 \to x<3$

اشتراک $=\varnothing$

$D_f=\varnothing$

(۶)

الف) $\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \qquad \dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}\geq 0$

$t^2-13t+36=0 \qquad (t-9)(t-4)$

$t=x^2 \Rightarrow t=x^2=9 \to x=\pm 3 \qquad t=9 , t=4$

$t=x^2=4 \to x=\pm 2 \qquad x^2-x-6=(x-3)(x+2)$

$x=3,-2$

$x=-3 , 3^{*} , -2^{*} , 2$

$-3 \quad -2^{*} \quad 2 \quad 3^{*}$

$+ \ \circ \ - \ \circ \ - \ \circ \ + \ \circ \ +$

$(-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

(۶)

ب) $\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$ ← جمع ضرایب صفر ← بخش بر $x-1$

ضرایب زوج و فرد برابر ← بخش بر $x+1$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-5x+6 & x-1 \\ \underline{-x^3+x^2} & x^2-x-6 \\ -x^2-5x+6 & =(x-3)(x+2) \\ \underline{x^2-x} & \\ -6x+6 & \\ \underline{6x-6} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-5x-6 & x+1 \\ \underline{-x^3-x^2} & x^2+x-6 \\ x^2-5x-6 & (x+3)(x-2) \\ \underline{-x^2-x} & \\ -6x-6 & \\ \underline{6x+6} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\frac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+3)(x-2)(x+1)} \geq 0 \qquad x=1,3,-2 \quad , \quad -3,2,-1$$

-3		-2		-1		1		2		3	
+	∅	−	0	+	∅	−	0	+	∅	−	0	+

$D_f: (-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

(۷)

الف) $\sqrt{[-x]-2}$ $\quad [-x]-2\geq 0 \rightarrow [-x]\geq 2$

$\{-x\}\geq 2 \quad x\leq -2$

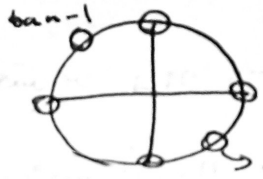
ب) $\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3\neq 0}$ $\quad [x]=t \rightarrow t^2-2t-3\neq 0$

$[x]\neq -1 \rightarrow x\neq [-1,0)$ $\quad (t-3)(t+1) \rightarrow t\neq 3,-1$

$[x]\neq 3 \rightarrow x\neq [3,4)$ $\quad \Big\} \rightarrow D_f = R-[-1,0)\cup[3,4)$

(۸)

الف) $\frac{\cot x + 1}{\tan x + 1}$



$\tan x + 1 \neq 0$

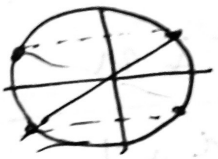
$\tan x \neq -1$ ✓

$D_f = R - \left\{ \frac{k\pi}{2}, 2k\pi - \frac{\pi}{4} \right\}$

(۵)

ب) $\sqrt{1 - 4\sin^2 x}$ $\quad 1 - 4\sin^2 x \geq 0$ $\quad 4\sin^2 x \leq 1$

$\Rightarrow \sin^2 x \leq \frac{1}{4}$ $\quad -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$ ✓



$D_f = \left[2k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{6} \right]$

(۹)

الف) $\sqrt{1 - \log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$ $\quad 1 - \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \geq 0$ $\quad x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$

$\log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \leq 1$ $\quad x - 1 \geq \frac{1}{2}$ $\quad x \geq \frac{3}{2}$

$D_f = \left[\log_2 \frac{3}{2} \right]$ $\quad D_f = \left[\frac{3}{2}, +\infty \right)$

ب) $\frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_2^{x^2 - 2x}}$ $\quad x^2 - x \geq 0 \rightarrow x(x-1) \geq 0$

	+	0	−	1	+

$1 - \log_2^{x^2-2x} \neq 0$ $\quad \log_2^{x^2-2x} \neq 1$

$x^2 - 2x \neq 0$ $\quad x^2 - 2x - 2 \neq 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x \neq 2$ $\quad (x-2)(x+1)$

$x \neq -1, 2$

(۱۰)

~~$D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) - \{-1, 2\}$~~

$D_f = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) - \{-1, 2\}$

الف)

ب) $\binom{3n+5}{2n+4}$!

$\frac{3n+5}{2n+4}$ ، ω ، $n = -\frac{4\omega - 5}{2\omega - 3}$

$n = \frac{-4\omega + 5}{2\omega - 3}$

$\{n \mid n = -\frac{4k+5}{2k-3}, k \in \omega\}$