

نام و نام خانوادگی: پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ کلاس:
 نام و نام خانوادگی: پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ کلاس:

$$2x^2 + y^2 - 5x + 4y + k = 0 \Rightarrow 2(x^2 - \frac{5}{2}x + 1 - 1) + y^2 + 4y + 4 - 4 + k = 0$$

بر اساس تبدیل به اتحاد مربع کامل: $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = (x - \frac{5}{4})^2 - \frac{25}{16} + 1 = (x - \frac{5}{4})^2 - \frac{9}{16}$

$$2((x - \frac{5}{4})^2 - \frac{9}{16}) + (y + 2)^2 - 4 + k = 0$$

با قرار دادن $x = \frac{5}{4}$ و $y = -2$ داریم:

$$2((\frac{5}{4} - \frac{5}{4})^2 - \frac{9}{16}) + (-2 + 2)^2 - 4 + k = 0$$

$$2(-\frac{9}{16}) - 4 + k = 0 \Rightarrow -\frac{9}{8} - 4 + k = 0 \Rightarrow k = 4 + \frac{9}{8} = \frac{32}{8} + \frac{9}{8} = \frac{41}{8}$$

پس $k = \frac{41}{8}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5x, & x > a \\ 2x + a + 2, & x \leq a \end{cases}$$

در $x = a$ داریم:

$$a^2 + 5a = 2a + a + 2 \Rightarrow a^2 + 4a - 2 = 0$$

$$\Delta = 16 + 8 = 24 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{6}$$

$$a = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

از آنجا که $a > 0$ ، پس $a = -2 + \sqrt{6}$

برای $x > a$ داریم:

$$x^2 + 5x \geq 9 \Rightarrow x^2 + 5x - 9 \geq 0$$

ریشه‌های این معادله $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 36}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{61}}{2}$ هستند.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b, & |x+1| > 2 \\ a + 2x, & -2 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

در $x = -1$ داریم:

$$2(-1)^2 - b = a + 2(-1) \Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow a + b = 4$$

$$y = \sqrt{4x-a} + \sqrt{b-2x}$$

در $x = 2$ داریم:

$$y = \sqrt{8-a} + \sqrt{b-4}$$

در $x = 0$ داریم:

$$y = \sqrt{-a} + \sqrt{b}$$

از این دو معادله می‌توان a و b را پیدا کرد.

الف) $y = \sqrt{\frac{x+1}{|x+3|}} + \sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+3}} \geq 0$

برای $\sqrt{\frac{x+1}{|x+3|}} \geq 0$ داریم $x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$

برای $\sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+3}} \geq 0$ داریم $4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$

پس $D_f = [-1, 4]$

ب) $y = \sqrt{[x]-4} + \sqrt{2-[x]} \geq 0$

برای $\sqrt{[x]-4} \geq 0$ داریم $[x] \geq 4 \Rightarrow x \geq 4$

برای $\sqrt{2-[x]} \geq 0$ داریم $2-[x] \geq 0 \Rightarrow [x] \leq 2 \Rightarrow x \leq 3$

پس $D_f = (-\infty, 3) \cup [4, \infty)$

الف) $y = \sqrt{\frac{x^2 - x - 4}{x^2 - 13x + 24}} \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) \geq 0 \Rightarrow x \leq -2 \text{ or } x \geq 3$
 $\frac{x^2 - 13x + 24}{x^2 - 13x + 24} \geq 0 \Rightarrow x^2 - 13x + 24 \geq 0 \Rightarrow (x-4)(x-9) \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \text{ or } x \geq 9$
 $x \leq -2 \text{ or } x \geq 3 \text{ and } (x \leq 4 \text{ or } x \geq 9) \Rightarrow D_f = (-\infty, -2] \cup (3, 4] \cup [9, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 2x^2 - 2x + 4}{x^2 + 2x^2 - 2x - 4}} \geq 0 \Rightarrow (x^2 - 2x^2 - 2x + 4) \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x^2 - x - 4) \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-2)(x+1) \geq 0$
 $\frac{x^2 + 2x^2 - 2x - 4}{x^2 + 2x^2 - 2x - 4} \geq 0 \Rightarrow x^2 + 2x^2 - 2x - 4 \geq 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 + x - 4) \geq 0 \Rightarrow (x+1)(x-2)(x+3) \geq 0$
 $D_f = (-\infty, -3] \cup [-1, 2] \cup [4, +\infty)$

الف) $y = \sqrt{[-x] - 2} \geq 0 \Rightarrow [-x] \geq 2 \Rightarrow -x \geq 2 \Rightarrow x \leq -2 \Rightarrow D_f = (-\infty, -2]$

ب) $y = \frac{\omega x^2 + 4}{[x]^2 - 2[x] - 2} \geq 0 \Rightarrow ([x] - 3)([x] + 1) \geq 0 \Rightarrow [x] \leq -1 \text{ or } [x] \geq 3$
 $D_f = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

الف) $\cot x + 1 \geq 0 \Rightarrow \cot x \geq -1 \Rightarrow \sin x \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x < \pi$
 $\tan x + 1 \geq 0 \Rightarrow \tan x \geq -1 \Rightarrow x \in [0, \pi) \cap \{x \mid \tan x \geq -1\} = [0, \frac{3\pi}{4}] \cup (\pi, \frac{5\pi}{4})$
 $D_f = \mathbb{R} - \{k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{3\pi}{2}\}$

ب) $\sqrt{1 - \cos^2 x} \geq 0 \Rightarrow \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow \sqrt{\sin^2 x} \leq \frac{1}{e} \Rightarrow \sin x \leq \frac{1}{e}$
 $D_f = [k\pi + \frac{\pi}{e}, k\pi + \frac{\pi}{e}]$

الف) $y = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{e}} x} \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{e}} x \leq 1 \Rightarrow x - 1 \leq \frac{1}{e} \Rightarrow x \leq \frac{e}{e} = 1 \Rightarrow D_f = (0, 1]$

ب) $\frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_{\frac{1}{e}} x} \geq 0 \Rightarrow x(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ or } x \geq 1$
 $\frac{x^2 - x}{1 - \log_{\frac{1}{e}} x} \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{e}} x < 1 \Rightarrow x^2 - x < e \Rightarrow x^2 - 2x - e < 0$
 $\Delta = 4 + 4e = 4(1+e) \Rightarrow x_1 = \frac{2 - \sqrt{4(1+e)}}{2} = 1 - \sqrt{1+e}$
 $x_2 = \frac{2 + \sqrt{4(1+e)}}{2} = 1 + \sqrt{1+e}$
 $D_f = (-\infty, 1 - \sqrt{1+e}) \cup (1 + \sqrt{1+e}, +\infty)$

الف) $y = \sqrt{\frac{x - x^2}{x^2 - 1}} \geq 0 \Rightarrow x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$
 $\frac{x - x^2}{x^2 - 1} \geq 0 \Rightarrow x^2 - 1 < 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 < 0 \Rightarrow (x-1)^2 < 0 \Rightarrow x \neq 1$
 $D_f = (0, 1)$

ب) $\left(\frac{x + \omega}{x + e}\right)! = \frac{x + \omega}{x + e} \in \mathbb{N} \Rightarrow x + \omega = x + e + k \Rightarrow x - x = e - \omega + k$
 $\Rightarrow x = \frac{e - \omega + k}{1 - \omega} = \frac{e - \omega + k}{1 - \omega}$