

نام و نام خانوادگی: پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰۰ کلاس:
 نام و نام خانوادگی: پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰۰ کلاس:

$$2x^2 + y^2 - 5x + 4y + k = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + y^2 + 4y + 4 - 4 + k = 0$$

به این تبدیل: $(x-1)^2 + (y+2)^2 - 4 + k = 0$

برای اینکه دایره باشد باید: $-4 + k = 0 \Rightarrow k = 4$

اما در اینجا: $2((x-1)^2 - 1) + (y+2)^2 - 4 + k = 0$

با $x=1$: $2(-1) + (y+2)^2 - 4 + k = 0 \Rightarrow (y+2)^2 - 6 + k = 0$

برای اینکه دایره باشد باید: $-6 + k = 0 \Rightarrow k = 6$

پس: $k = 6$

$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + 4, & x > 0 \\ 2x + a + 2, & x \leq 0 \end{cases}$

در $x=0$: $0^2 + 5(0) + 4 = 4$ و $2(0) + a + 2 = a + 2$

برای پیوستگی: $4 = a + 2 \Rightarrow a = 2$

پس: $a = 2$

در $x=1$: $f(1) = 1^2 + 5(1) + 4 = 10$

در $x=-1$: $f(-1) = 2(-1) + 2 + 2 = 2$

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b, & |x+1| > 2 \\ a + 2x, & -2 \leq x \leq 1 \end{cases}$

در $x=-1$: $2(-1)^2 - b = 2 - b$ و $a + 2(-1) = a - 2$

برای پیوستگی: $2 - b = a - 2 \Rightarrow a + b = 4$

پس: $a + b = 4$

$y = \sqrt{4x-a} + \sqrt{b-2x}$

در $x=0$: $y = \sqrt{-a} + \sqrt{b}$

در $x=2$: $y = \sqrt{8-a} + \sqrt{b-4}$

پس: $a=4$ و $b=4$

پس: $\frac{b}{a} = 1$

الف) $y = \sqrt{\frac{x+1}{|x+3|}} + \sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+3}}$

برای اینکه معنی داشته باشد: $\frac{x+1}{|x+3|} \geq 0$ و $\frac{4-x}{x^2+2x+3} \geq 0$

پس: $x \in [-1, 3] \cup (3, 4]$

ب) $y = \sqrt{[x]-4} + \sqrt{2-[x]} \geq 0$

پس: $[x] \geq 4$ و $2-[x] \geq 0 \Rightarrow [x] \leq 2$

پس: $[x] \geq 4$ و $[x] \leq 2$ که ممکن نیست.

پس: $D_f = \emptyset$

الف) $y = \sqrt{\frac{x^2 - x - 4}{x^2 - 13x + 12}} \geq 0 \Rightarrow (x^2 - x - 4) \geq 0 \Rightarrow x \leq -2 \text{ or } x \geq 4$ $x^2 - 13x + 12 > 0 \Rightarrow (x-1)(x-12) > 0 \Rightarrow x < 1 \text{ or } x > 12$ $D_f = (-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$ ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 2x^2 - 2x + 4}{x^2 + 2x^2 - 2x - 4}} \geq 0 \Rightarrow (x^2 - 2x^2 - 2x + 4) \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x^2 - x - 4) \geq 0$ $x^2 + 2x^2 - 2x - 4 > 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 + x - 4) > 0 \Rightarrow (x+1)(x-2)(x+3) > 0$ $D_f = (-\infty, -3) \cup (-1, 2) \cup (4, +\infty)$	6
الف) $y = \sqrt{[-x] - 2} \geq 0 \Rightarrow [-x] \geq 2 \Rightarrow -x \geq 2 \Rightarrow x \leq -2 \Rightarrow D_f = (-\infty, -2]$ ب) $y = \frac{\omega x^2 + 4}{[x]^2 - 2[x] - 2} \geq 0 \Rightarrow ([x] - 3)([x] + 1) \geq 0 \Rightarrow [x] \leq -1 \text{ or } [x] \geq 3$ $D_f = [-3, +\infty)$	7
الف) $\cot \alpha + 1 \rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq k\pi$ $\tan \alpha + 1 \rightarrow \tan \alpha \geq -1 \Rightarrow \alpha \in (-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}] \cup (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$ $D_f = \mathbb{R} - \{k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi - \frac{\pi}{4}\}$ ب) $\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \geq 0 \Rightarrow \cos^2 \alpha \leq 1 \Rightarrow \sqrt{\sin^2 \alpha} \leq \frac{1}{e} \Rightarrow \sin \alpha \leq \frac{1}{e}$ $D_f = [k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{4}] - \frac{1}{e} \leq \sin \alpha \leq \frac{1}{e}$	8
الف) $y = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{e}}^{u-1}} \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{e}}^{u-1} \leq 1 \Rightarrow u-1 \leq \frac{1}{e} \Rightarrow u \leq \frac{e}{e-1} \Rightarrow D_f$ ب) $\frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_{\frac{1}{e}}^{x^2 - x}} \geq 0 \Rightarrow x(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ or } x \geq 1$ $1 - \log_{\frac{1}{e}}^{x^2 - x} > 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{e}}^{x^2 - x} < 1 \Rightarrow x^2 - x < e \Rightarrow x^2 - x - e < 0$ $\Delta = 9 - 4(-1)(-e) = 9 - 4e$ $x_1 = \frac{1 + \sqrt{9 - 4e}}{2} \approx 1$ $x_2 = \frac{1 - \sqrt{9 - 4e}}{2} \approx -1$ $D_f = (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$	9
الف) $y = \sqrt{\frac{x - x^2}{x^2 - 1}} \geq 0 \Rightarrow x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$ $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ or } x > 1$ $D_f = [0, 1]$ ب) $\left(\frac{x + \omega}{x + e}\right)! = \frac{x + \omega}{x + e} \in \mathbb{N} \Rightarrow x + \omega = x + e + k \Rightarrow x = \frac{e - \omega}{e - x} = \frac{e - \omega}{e - x}$ $\Rightarrow x = \frac{e - \omega}{e - x} \Rightarrow x(e - x) = e - \omega \Rightarrow x^2 - ex + e - \omega = 0$ $\Delta = e^2 - 4(e - \omega) = e^2 - 4e + 4\omega$ $x = \frac{e \pm \sqrt{e^2 - 4e + 4\omega}}{2}$	10

ب) $x^2 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 0, x \geq 1$ / $x^2 - x > 0 \rightarrow x < 0, x > 1$
 $1 - \log_{\frac{1}{e}}^{x^2 - x} \neq 0 \rightarrow x \neq -1, 1$ $D_f = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) - \{-1, 1\}$