۱۷/۷۵

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۰...... کلاس یازدهم دختر B .... نیایش امانی......

۱	$2x^2+y^2-4x+6y+k=0$ $2(x^2-2x)=2(x-1)^2-2$ $y^2+6y=(y+3)^2-9$ $2(x-1)^2-2+(y+3)^2-9+k=0 \Rightarrow 2(x-1)^2+(y+3)^2+k-11=0$ $\Rightarrow 2(x-1)^2+(y+3)^2=11-k$ اگر $11-k=0$ ← $x=1$ و $y=-3$ و $k=11$ خواهد بود تابع است.
۲	$f(x)=\begin{cases}x^2+4x & x\geq a\\ 2x+a+2 & x\leq a\end{cases}$ $a>0$ $f(1)=?$ $x=a=1$ if $f(1)=\begin{cases}x^2+4x=5\\ 2x+a+2=5\end{cases} \Rightarrow f(1)=5$
۳	$f(x)=\begin{cases}2x^2-b & \lvert x+1\rvert\geq 2\\ a+2x & -3<x\leq -1\end{cases}$ $a+b=?$ $x=-1$: $\begin{cases}a-2\\ 2 \Rightarrow \lvert -1+1\rvert \ngeq 2\end{cases}$ $0\neq 2$ $x=-3$: $\begin{cases}a-6\\ -b+18\end{cases} \Rightarrow a-6=18-b \Rightarrow a+b=24$
۴	$y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x}$, $D_f=\{2\}$ $6x-a\geq 0 \Rightarrow x\geq \frac{a}{6}$ $b-3x\geq 0 \Rightarrow x\leq \frac{b}{3}$ $\Rightarrow \frac{a}{6}\leq x\leq \frac{b}{3}$ $[\frac{a}{6},\frac{b}{3}]$ $\frac{a}{6}=2 \Rightarrow a=12$ $\frac{b}{3}=2 \Rightarrow b=6$ $\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$
۵	الف) $y=\sqrt{\frac{x+1}{\lvert x-3\rvert}}+\sqrt{\frac{6-x}{x^2+2x+4}}$ $x+1\geq 0 \Rightarrow x\geq -1$, $\lvert x-3\rvert>0 \Rightarrow x\neq 3$ $\Rightarrow [-1,+\infty)-\{3\}$ $6-x\geq 0 \Rightarrow 6\geq x \Rightarrow (-\infty,6]$ $x^2+2x+4 \to \Delta=-12$ $\Delta<0$ ریشه ندارد $D_f=([-1,+\infty)-\{3\})\cap(-\infty,6]=[-1,6]-\{3\}$ ب) $\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$ $x\geq 4$ $x<3$ $[4,+\infty)\cap(-\infty,+3)=\varnothing$ $D_f=\varnothing$

$\Downarrow$ $[-1,3)\cup(3,+\infty)$

$\Downarrow$ $[-1,3)\cup(3,+\infty)$

۶

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \Rightarrow \dfrac{(x-3)(x+2)}{(x^2-4)(x^2-9)} \geq 0$

$(x+2)(x-2)\quad(x-3)(x+3)$

$$\begin{array}{ccccccccc} & -3 & & -2^{*} & & 2 & & 3^{*} & \\ + & | & - & | & - & | & + & | & + \end{array}$$

$(-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)=D_f$

ب) $\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$

مجموع ضرایب برابر با صفر بر $x-1$ بخش پذیر

جمع ضرایب توان های زوج با ضرایب فرد برابر ← عبارت بر $x+1$ بخش پذیر

$\Rightarrow \dfrac{(x-1)(x+2)(x-3)}{(x+1)(x-2)(x+3)} \geq 0$

$$\begin{array}{cccccccccccc} & -3 & & -2 & & -1 & & 1 & & 2 & & 3 \\ + & | & - & | & + & | & - & | & + & | & - & | \; + \end{array}$$

$D_f=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

۷

الف) $\sqrt{[-x]-2}$

$\Rightarrow [-x]-2\geq 0 \Rightarrow [-x]\geq 2$

$\Rightarrow [x]\leq -2$

$D_f=(-\infty,-2]$

ب) $\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3}\geq 0 \qquad 5x^2+6 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}$

$[x]^2-2[x]-3>0 \Rightarrow [x]^2-2[x]>3$

$D_f=(-\infty,-2]\cup[4,+\infty)$

$[x]\neq 3,-1$

$x\notin[3,4)$

$x\notin[-1,0)$

چون D_f اول $\mathbb{R}$ است پس اشتراکش با دامنه خود دوری می شود.

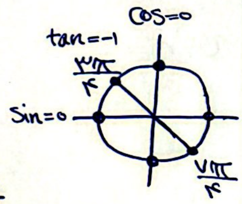
$D_f=\mathbb{R}-\{[3,4),[-1,0)\}$

۰/۷۵

۸

الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1} \qquad \cos,\sin\neq 0$

$\tan x+1\neq 0 \Rightarrow \tan x\neq -1$



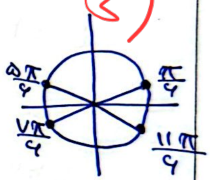
$D_f=\mathbb{R}-\left\{\dfrac{k\pi}{2},\; k\pi-\dfrac{\pi}{4}\right\}$

ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2 x}$

$1-4\sin^2 x\geq 0 \Rightarrow 1\geq 4\sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x\leq \dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow -\dfrac{1}{2}\leq \sin x\leq \dfrac{1}{2}$

$D_f=\left\{k\pi\pm\dfrac{\pi}{6}\right\}$



۹

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$

$\begin{cases} x-1>0 \Rightarrow x>1 \quad \text{I} \\ 1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\leq 1 \Rightarrow x-1\leq\frac{1}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow x\leq\frac{3}{2} \quad \text{II} \qquad 1<x\leq\frac{3}{2}$

$D_f=(1,\frac{3}{2}]$

$D_f=[\frac{3}{2},+\infty)$

ب) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}}$

$\text{I}\; x^2-x\geq 0 \Rightarrow x(x-1)\geq 0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 1 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $\quad D_f=(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

$\text{II}\; x^2-3x>0 \Rightarrow x(x-3)>0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 3 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $\quad D_f=(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$

$\text{III}\; 1-\log_4^{x^2-3x}>0 \Rightarrow \log_4^{x^2-3x}<1 \Rightarrow x^2-3x<4$

$\Rightarrow x^2-3x-4<0 \Rightarrow (x-4)(x+1)<0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 4 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $\quad D_f=(-\infty,-1)\cup(4,+\infty)$

$D_f \overset{\text{I}\cap\text{II}\cap\text{III}}{=\!=\!\Rightarrow} (-\infty,-1)\cup(4,+\infty) \qquad x\neq -1,4$

$D_f=(-\infty,0)\cup(3,+\infty)-\{-1,4\}$

۱

۱۰

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8} \Rightarrow 2^{4x-x^2}-8\geq 0 \Rightarrow 2^{4x-x^2}\geq 8\;(2^3)$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 1 & & 3 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$

$4x-x^2=3 \Rightarrow -x^2+4x-3=0 \Rightarrow -(x^2-4x+3)=0 \Rightarrow -(x-3)(x-1)=0 \qquad D_f=[1,3]$

ب) $y=\left(\dfrac{3x+5}{2x+4}\right)! \qquad x=-\dfrac{4w-5}{2w-3} \Rightarrow x=\dfrac{-4w+5}{2w-3}$

$D_f=\left\{x \mid x=\dfrac{-4k+5}{2k-3},\; k\in W\right\}$