نام و نام خانوادگی: ایلیا الهی — گروه یازدهم پسرانه B — تکلیف شماره ۲ — ۲۰

۱-

$2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \xrightarrow{\text{تابع ناقص}} 2(x^2-2x)+(y+3)^2-9+k=0$

$\Rightarrow 2(x-1)^2-2+(y+3)^2-9+k=0 \to \underbrace{2(x^2-2x)+(3+y)^2}_{\text{تابع ناقص}}=11-k \Rightarrow \boxed{k=11}$ ۴

۲-

if $x=a \longrightarrow a^2+4a=2a+a+2 \Rightarrow a^2+a-2=0$

$(a-1)(a+2)=0 \Rightarrow f(1)=1+4=\boxed{5}$ ۴

✓ $a=1$ ، $a=-2$ ✗ $(a>0)$

۳-

$|x+1|\geq 2$: $x\geq 1$ ، $x\leq -3$

$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}2x^2-b\ ; & x\geq 1 \cup x\leq -3\\ a+2x\ ; & -3<x<-1\end{cases}$ ۴

if $x=-3 \longrightarrow 18-b=a-6 \Rightarrow a+b=\boxed{24}$

۴-

$y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x}$

$6x\geq a$ ، $x\geq \frac{a}{6}$ — $b-3x\geq 0$ ، $x\leq \frac{b}{3}$

$D=\{2\} \Rightarrow \frac{a}{6}=\frac{b}{3}=2$

$a=2\times 6=12$ ، $b=3\times 2=6$ $\Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{6}{12}=\boxed{\frac{1}{2}}$ ۴

۵-

الف) $y=\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\frac{4-x}{x^2+4x+4}}$

$x=-1$ ، $x=3$ ، $x=4$ ، $(x+2)^2$ ، $x=-2$

① -1 ، 3 : $-\ +\ +$ $\longrightarrow [-1,+\infty)-\{3\}$

② -2 ، 4 : $+\ +\ -$ $\longrightarrow (-\infty,4]-\{-2\}$ ۴

$\Rightarrow D=[-1,4]-\{3\}$

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$

① $[x]-4\geq 0 \longrightarrow [x]\geq 4 \Rightarrow [4,+\infty)$

② $2-[x]\geq 0 \longrightarrow [x]\leq 2 \Rightarrow (-\infty,3)$

$\Rightarrow D=\varnothing$

۶-

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \to \dfrac{(x-3)(x+2)}{(x^2-9)(x^2-4)} = \dfrac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)} \geq 0$

$\begin{array}{ccccccccc} & -3 & & -2^{*} & & 2 & & 3^{*} & \\ + & \circ & - & \circ & - & \circ & + & \circ & + \end{array} \Rightarrow D=(-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}} \to \dfrac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+3)(x-2)} \geq 0 \to \begin{array}{ccccccccccccc} & -3 & & -2 & & -1 & & 1 & & 2 & & 3 & \\ + & \circ & - & \bullet & + & \circ & - & \bullet & + & \circ & - & \bullet & + \end{array}$

$D=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

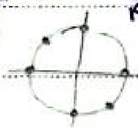
۷-

الف) $y=\sqrt{[-x]-2} \geq 0 \to [-x] \geq 2 \to (-x) \geq 2 \Rightarrow x \leq -2 \Rightarrow D=(-\infty,-2]$

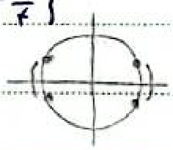
ب) $y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3} \to \underbrace{([x]-3)}_{[3,4)}\underbrace{([x]+1)}_{[-1,0)} \neq 0 \Rightarrow D=\mathbb{R}-\{[3,4)\cup[-1,0)\}$

۸-

الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}$ ① $\sin \neq 0$ ② $\cos \neq 0$ ③ $\tan x+1 \neq 0$ $\quad \tan x \neq -1 \Rightarrow \{k\pi-\frac{\pi}{4}\}$ $\quad D=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{2}, k\pi-\frac{\pi}{4}\}$



ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2 x} \geq 0 \Rightarrow \sin^2 x \leq \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$



$D=[k\pi-\frac{\pi}{6}, k\pi+\frac{\pi}{6}]$

۹-

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}} \geq 0 \to$ ① $x-1>0$, $x>1$ ② $\log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \leq 1 \xrightarrow{0<b<1} x-1 \geq (\frac{1}{2})^1 \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$

$D=[\frac{3}{2},+\infty)$

ب) $\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}}$ ① $x^2-x \geq 0 \to x(x-1) \geq 0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 1 & \\ + & \bullet & - & \bullet & + \end{array}$ $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

② $x^2-3x>0 \to x(x-3)>0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 3 & \\ + & \circ & - & \circ & + \end{array} \to (-\infty,0)\cup(3,+\infty)$

③ $\log_4^{x^2-3x} \neq 1 \to x^2-3x \neq 4 \to x^2-3x-4 = \underbrace{(x-4)}_{4}\underbrace{(x+1)}_{-1} \neq 0$

$D=(-\infty,0)\cup(3,+\infty)-\{-1,4\}$

۱۰-

الف) $2^{4x-x^2}-8 \geq 0 \to 2^{4x-x^2} \geq 2^3 \Rightarrow -x^2+4x \geq 3 \to -x^2+4x-3 \geq 0$

$\xrightarrow{(-1)\text{ضرب}} (x-3)(x-1) \leq 0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 1 & & 3 & \\ + & \bullet & - & \bullet & + \end{array} \Rightarrow D=[1,3]$

ب) $\dfrac{3x+5}{2x+4} \in W \Rightarrow x=-\dfrac{4w-5}{2w-3}=\dfrac{-4w+5}{2w-3} \Rightarrow D=\{x \mid x=\dfrac{-4k+5}{2k-3}, k \in W\}$