ماهسو رعیلی پور — یازدهم ـ سه‌شنبه

۱ـ تک نقطه دارم

$2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \rightarrow 2(x-1)^2+(y+3)^2 = 2x^2-4x+2+y^2+6y+9 \rightarrow$

$\boxed{k=11}$

$f(x)=\begin{cases} x^2+4x , & x\geq a^2 \\ 2x+a+2 , & x\leq a \end{cases}$ ← مقدار $f(1)$ ؟

$a^2+4a=2a+a+2 \rightarrow a^2+4a=3a+2$

$a^2+a-2=0 \rightarrow 1 , -2 \rightarrow a>0 \rightarrow \boxed{a=1}$

$f(1)=f(a)=\underbrace{(1)^2+4(1)}_{5} = \underbrace{2(1)+1+2}_{5} \rightarrow f(1)=5$

۳ـ $f(x)=\begin{cases} 2x^2-b , & |x+1|\geq 2 \\ a+2x , & -3<x\leq -1 \end{cases}$ ← حاصل $a+b$ ؟

$x\leq -3 \ , \ x\geq 1$

$-3 \rightarrow$ مشترک است $\rightarrow$

$2(-3)^2-b=a+2(-3) \rightarrow$

$18-b=a-6 \rightarrow a+b=24$

۴ـ اگر دامنه تابع $y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x}$ برابر $\{2\}$ باشد حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

$6x-a\geq 0 \qquad b-3x\geq 0 \xrightarrow{x=2} \left.\begin{matrix} 12-a\geq 0 \\ , \\ b-6\geq 0 \end{matrix}\right\} \rightarrow a=2b \rightarrow \frac{b}{a}=\frac{1}{2}$

$\left(\begin{matrix} 12-a=0 \rightarrow a=12 \\ b-6=0 \rightarrow b=6 \end{matrix}\right)$

۵ـ دامنه توابع؟

الف) $y=\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\frac{6-x}{x^2+2x+4}}$

$① \rightarrow \frac{x+1}{|x-3|}\geq 0 \rightarrow -1 \ , \ 3^*$

-1		3^*	
$+$ 0	$-$		$+$

$② \rightarrow \frac{6-x}{x^2+2x+4}\geq 0 \rightarrow 6$

$x^2+2x+4 \rightarrow (\Delta<0)$ بدون ریشه

	6	
$+$	0	$-$

$①\cap② \rightarrow (-\infty,-1]\cup(3,6]$

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$

$① \ [x]-4\geq 0 \rightarrow [x]\geq 4 \rightarrow D=[4,+\infty)$

$② \ 2-[x]\geq 0 \rightarrow [x]\leq 2 \rightarrow D=(-\infty,3)$

$①\cap②=\varnothing$

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \to 3\,,\,-2$

$t^2-13t+36 \to (t-9)(t-4) \to t=9$ یا $t=4$

$x^2=4 \to \boxed{x=\pm 2}$

$x^2=9 \to \boxed{x=\pm 3}$

$-3 \quad -2 \quad 2 \quad 3$

$+ \quad - \quad - \quad + \quad +$

$\Rightarrow D_f=(3,+\infty)\cup(2,3)\cup(-\infty,-3)$

۶_ دامنه توابع

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}} \to$ جمع ضرایب $=0$

جمع ضرایب $=$

$x^3-2x^2-5x+6 \,|\, x-1 \to x^2-x-6 \to 3\,,\,-2$

$x^3+2x^2-5x-6 \,|\, x+1 \to x^2+x-6 \to 2\,,\,-3$

$-3 \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

$+ \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad +$

$D_f=[3,+\infty)\cup[1,2)\cup[-2,-1)\cup(-\infty,-3)$

۷_ دامنه توابع

الف) $y=\sqrt{[-x]-2}$

$[-x]-2\geq 0 \to [-x]\geq 2 \to -x\geq 2$

$x\leq -2 \to D_f=(-\infty,-2]$

ب) $y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3}$

$[x]^2-2[x]-3\neq 0$

$([x]-3)([x]+1)\neq 0 \Rightarrow [x]\neq 3 \to x\notin[3,4)$

$\to [x]\neq -1 \to x\notin[-1,0)$

$D_f=\mathbb{R}-\left([3,4)\cup[-1,0)\right)$

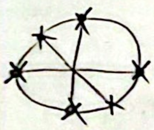
۸_ دامنه توابع

الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}$

$\cot=\dfrac{\cos}{\sin} \to \sin\neq 0$

$\tan=\dfrac{\sin}{\cos} \to \cos\neq 0$

$\tan x+1\neq 0 \to \tan x\neq -1$



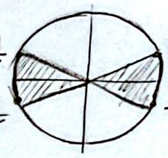
$\mathbb{R}-\left\{\dfrac{k\pi}{2}\,,\,k\pi-\dfrac{\pi}{4}\right\}$

ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2 x}$

$1-4\sin^2 x\geq 0 \to 4\sin^2 x\leq 1 \to$

$\sin^2 x\leq\dfrac{1}{4} \to -\dfrac{1}{2}\leq \sin x\leq\dfrac{1}{2}$

$D_f=\left[k\pi-\dfrac{\pi}{6}\,,\,k\pi+\dfrac{\pi}{6}\right]$



$\dfrac{1}{2} \quad -\dfrac{1}{2}$

۹_ دامنه توابع

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$

$x-1>0 \to \boxed{x>1}$

$\Rightarrow 1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\geq 0 \Rightarrow$

$\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\leq 1 \to x-1\leq\dfrac{1}{2} \to x\leq\dfrac{3}{2}$

$D_f=\left(1,\dfrac{3}{2}\right]$

ب) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}}$

$x(x-1)\geq 0$

$0 \quad 1$

$+ \quad - \quad +$

$x^2-3x>0$

$0 \quad 3$

$+ \quad - \quad +$

$x>3\,,\,x<0$

$1-\log_4^{x^2-3x}\neq 0 \to \log_4^{x^2-3x}\neq 1$

$x^2-3x\neq 4 \to x^2-3x-4\neq 0$

$x\neq 4\,,\,-1$

$D_f=(3,+\infty)\cup(-\infty,0)-\{-1,4\}$

۱۰_ دامنه توابع

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8}$

توان $=4x-x^2=3 \to -(x^2-4x+3)=0$

$x=3$, $x=1$

$1 \quad 3$

$- \quad + \quad -$

$D_f=[1,3]$

ب) $y=\left(\dfrac{3x+5}{2x+4}\right)!$

$\dfrac{3x+5}{2x+4}\in W \to 2xW+4W\in 3x+5$

$x(2W-3)\in 5-4W \to x=\dfrac{5-4W}{2W-3}$

$D_f=\left\{x \,\middle|\, x=\dfrac{5-4k}{2k-3}\,,\,k\in W\right\}$