ماهسو رعیل پور — یازدهم — سه‌شنبه

۱۹

۱- (نقطه‌دار)

$$2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \rightarrow 2(x-1)^2+(y+3)^2 = 2x^2-4x+2+y^2+6y+9 \rightarrow$$

$$\boxed{k=11}$$

۵

$f(x)=\begin{cases} x^2+4x & ; x\geq a^2 \\ 2x+a+2 & ; x\leq a\end{cases}$ ← مقدار $f(1)$ ؟

$$a^2+4a=2a+a+2 \rightarrow a^2+4a=3a+2$$

$$a^2+a-2=0 \rightarrow 1 , -2 \rightarrow a>0 \rightarrow \boxed{a=1}$$

$$f(1)=f(a)=(1)^2+4(1) = 2(1)+1+2 \rightarrow f(1)=5$$

۵

۳- $f(x)=\begin{cases} 2x^2-b & ; |x+1|\geq 2 \\ a+2x & ; -3<x\leq -1\end{cases}$ ← حاصل $a+b$ ؟

$x\leq -3$, $x\geq 1$

-3 ← مشترک است

$$2(-3)^2-b=a+2(-3) \rightarrow$$

$$18-b=a-6 \rightarrow a+b=24$$

۵

۴- اگر دامنه تابع $y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x}$ برابر $\{2\}$ باشد حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

$6x-a\geq 0$ $\quad b-3x\geq 0 \xrightarrow{x=2} 12-a\geq 0 \,,\, b-6\geq 0 \rightarrow a=2b \rightarrow \frac{b}{a}=\frac{1}{2}$

$$\begin{pmatrix} 12-a=0 \rightarrow a=12 \\ b-6=0 \rightarrow b=6 \end{pmatrix}$$

۵

۵- دامنه توابع؟

الف) $y=\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+4}}$

$1 \rightarrow \frac{x+1}{|x-3|}\geq 0$ → -1 , 3

$2 \rightarrow \frac{4-x}{x^2+2x+4}\geq 0$ → 4

x^2+2x+4 ← بدون ریشه $(\Delta<0)$

$$1\cap 2 \rightarrow (-\infty,-1]\cup(3,4] \rightarrow [-1,4]-\{3\}$$

۱٫۵

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$

1 $[x]-4\geq 0 \rightarrow [x]\geq 4 \rightarrow D_f=[4,+\infty)$

2 $2-[x]\geq 0 \rightarrow [x]\leq 2 \rightarrow D_f=(-\infty,3)$

$$1\cap 2=\varnothing$$

۶_ دامنه توابع

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \rightarrow (3),(-2)$

$t^2-13t+36 \rightarrow (t-9)(t-4) \rightarrow t=9$ یا $t=4$

$x^2=4 \rightarrow \boxed{x=\pm 2}$

$x^2=9 \rightarrow \boxed{x=\pm 3}$

$-3 \quad -2 \quad 2 \quad 3$

$+ \quad - \quad - \quad + \quad +$

$\Rightarrow D_f=(3,+\infty)\cup(2,3)\cup(-\infty,-3)$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$

عامل صورت $=0$

عامل مخرج $=0$

$x^3-2x^2-5x+6 \,|\, x-1$, $\quad x^2-x-6$, $\quad (3),(-2)$

$x^3+2x^2-5x-6 \,|\, x+1$, $\quad x^2+x-6$, $\quad (2),(-3)$

$-3 \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

$\rightarrow D_f=[3,+\infty)\cup[1,2)\cup(-3,-1)\cup(-\infty,-3)$

۷_ دامنه توابع

الف) $y=\sqrt{[-x]-2}$

$[-x]-2\geq 0 \rightarrow [-x]\geq 2 \rightarrow -x\geq 2$

$x\leq -2 \rightarrow D_f=(-\infty,-2]$

ب) $y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3}$

$[x]^2-2[x]-3\neq 0$

$([x]-3)([x]+1)\neq 0 \Rightarrow [x]\neq 3 \rightarrow x\neq[3,4)$

$\rightarrow [x]\neq -1 \rightarrow x\neq[-1,0)$

$D_f=\mathbb{R}-\{[3,4)\cup[-1,0)\}$

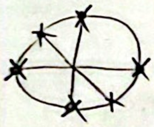
۸_ دامنه توابع

الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}$

$\cot=\dfrac{\cos}{\sin} \rightarrow \sin\neq 0$

$\tan=\dfrac{\sin}{\cos} \rightarrow \cos\neq 0$

$\tan x+1\neq 0 \rightarrow \tan x\neq -1$



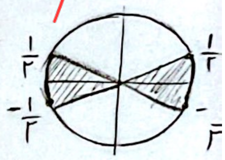
$\mathbb{R}-\{\dfrac{k\pi}{2},\ k\pi-\dfrac{\pi}{4}\}$

ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2 x}$

$1-4\sin^2 x\geq 0 \rightarrow 4\sin^2 x\leq 1 \rightarrow$

$\sin^2 x\leq \dfrac{1}{4} \rightarrow -\dfrac{1}{2}\leq \sin x\leq \dfrac{1}{2}$

$\boxed{D_f=[k\pi-\dfrac{\pi}{6},\ k\pi+\dfrac{\pi}{6}]}$



۹_ دامنه توابع

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}} \Rightarrow 1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\geq 0 \Rightarrow$

$x-1>0 \rightarrow x>1$

$\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\leq 1 \rightarrow x-1\leq \dfrac{1}{2} \rightarrow x\leq \dfrac{3}{2}$

$D_f=(1,\dfrac{3}{2}]$

$D_f=[\dfrac{3}{2},+\infty)$

۱,۵

ب) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}} \rightarrow x^2-3x>0$

$x(x-1)\geq 0$

$0 \quad 1$: $+ \quad - \quad +$

$0 \quad 3$: $+ \quad - \quad +$

$\boxed{x>3,\ x<0}$

$1-\log_4^{x^2-3x}\neq 0 \rightarrow \log_4^{x^2-3x}\neq 1$

$x^2-3x\neq 4 \rightarrow x^2-3x-4\neq 0$

$x\neq 4,\ -1$

$D_f=(3,+\infty)\cup(-\infty,0)-\{-1,4\}$

۱۰_ دامنه توابع

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8}$

شرط: $4x-x^2=3 \rightarrow -(x^2-4x+3)=0$

$x=3,\ x=1$

$1 \quad 3$: $- \quad + \quad -$

$D_f=[1,3]$

ب) $y=\left(\dfrac{3x+5}{3x+4}\right)!$

$\dfrac{3x+5}{3x+4}\in W \rightarrow 3xw+4w=3x+5$

$x(3w-3)=5-4w \rightarrow x=\dfrac{5-4w}{3w-3}$

$D_f=\{x \mid x=\dfrac{5-4k}{3k-3},\ k\in W\}$