کیانا عطایی - یازدهم دفتر B

۱) اگر $2x^2+y^2-4x+6y+k=0$ تابعی ناتی باشد k کدام است؟

$2(x^2-2x+1)+(y^2+6y+9)=0$ $\qquad k=2+9=11$

$2(x-1)^2+(y+3)^2 \xrightarrow{\text{تک نقطه}} (1,-3)$

۲) اگر رابطه $f(x)=\begin{cases}x^2+4x & x\geq a\\ 3x+a+2 & x<a\end{cases}$ ضابطه یک تابع باشد مقدار $f(1)$ کدام است؟

$f(1)=5$

$f(a)=a^2+4a=3a+a+2$

$a^2+a-2=0$

$(a+2)(a-1) \underset{a>0}{\Longrightarrow} a=1$

۳) تابع $f(x)=\begin{cases}2x^2-b & |x+1|\geq 2\\ a+2x & -3<x<-1\end{cases}$ مفروض است حاصل $a+b$؟

$x+1\geq 2 \Rightarrow x\geq 1$

$x+1\leq -2 \Rightarrow x\leq -3$

-3 در دامنه دو ضابطه مشترک است $\longrightarrow$ $18-b=a-6$

$24=a+b$

۴) اگر دامنه‌ی تابع $y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x}$ برابر $\{2\}$ باشد حاصل b/a؟

$6x-a\geq 0 \qquad x\geq a/6 \qquad b-3x\geq 0 \Rightarrow \frac{b}{3}\geq x \qquad b=6$

$a=12$

$b/a=1/2$

۵) دامنه توابع:

الف) $y=\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\frac{6-x}{x^2+2x+4}}$

(نامنفی $\qquad (x+1)^2+3 \Rightarrow$ نامنفی

$-\ \ -1\ \ +\ \ 3\ \ +$ (ن) $\qquad +\ \ 6\ \ -$

$D_1=[-1,3)\cup(3,+\infty)$ $\qquad D_2=(-\infty,6]$

$D_f=D_1\cap D_2=[-1,3)\cup(3,6]$

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$ $\qquad [x]\geq 4 \qquad 2\geq [x]$

$D_f=D_1\cap D_2=\varnothing$ $\qquad [4,+\infty)=D_1 \qquad (-\infty,3)=D_2$

۶ دامنه توابع

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}}$ $\longrightarrow (x-3)(x+2)$

$(x^2-9)(x^2-4) = (x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$

$D_f = (-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

$+ \quad -3 \quad - \quad -2 \quad - \quad 2 \quad + \quad 3 \quad +$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$

جمع ضرایب صفر

جمع ضرایب توان فرد و زوج

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-5x+6 & x-1 \\ \hline x^3-x^2 & x^2-x-6 \\ -x^2-5x & \\ -x^2+x & \\ -6x+6 & \end{array}$$

$x^2-x-6 \to (x-3)(x+2)$

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-5x-6 & x+1 \\ \hline x^3+x^2 & x^2+x-6 \\ x^2-5x & \\ x^2+x & \\ -6x-6 & \end{array}$$

$x^2+x-6 \to (x+3)(x-2)$

$+ \quad -3 \quad - \quad -2 \quad + \quad -1 \quad - \quad 1 \quad + \quad 2 \quad - \quad 3 \quad +$

$(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

۷

الف) $y=\sqrt{[-x]-2}$ $\qquad [-x]\geq 2 \qquad (-\infty,-2] = D_f$

ب) $y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3}$ $\quad 5x^2+6 \rightarrow$ ناقص

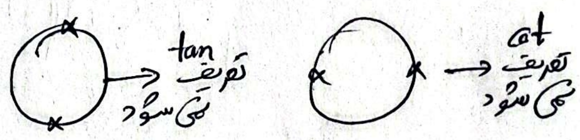
$[x]^2-2[x]-3 \rightarrow ([x]-3)([x]+1)$

$+ \quad -1 \quad - \quad 0 \quad - \quad 3 \quad - \quad 4 \quad +$

$\mathbb{R} - [-1,0)\cup[3,4)$

۸

الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}$



$\underbrace{\qquad\qquad}_{\frac{k\pi}{2}}$

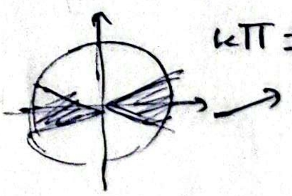
$\tan x \neq -1$

$k\pi - \pi/4$

$\mathbb{R} - \left\{\dfrac{k\pi}{2},\ k\pi-\pi/4\right\} = D_f$

ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2 x}$ $\qquad 1\geq 4\sin^2 x$ $\qquad \frac{1}{4}\geq \sin^2 x$

$\frac{1}{2} \geq |\sin x|$



$k\pi \pm \pi/6$

$D_f = \{k\pi \pm \pi/4\}$

۹

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$ $\qquad 1\geq \log_{\frac{1}{2}}^{x-1}$ $\qquad \frac{1}{2}\leq x-1$

$\frac{3}{2}\leq x \Rightarrow D_f : [\frac{3}{2},+\infty)$

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_4^{x^2 - 3x}} \rightsquigarrow x^2 - 3x > 0$$

$+ \quad 0 \quad - \quad 3 \quad +$

$x(x-1)$

$\cancel{x^2 - x} \geq 0$

$+ \quad 0 \quad - \quad 1 \quad +$

۹- ج)

$$\log_4^{x^2 - 3x} \neq 1$$

$$x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1)$$

$$x \neq -1, 4$$

$$D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (3, 4) \cup (4, +\infty)$$

الف)

$$y = \sqrt{2^{4x - x^2} - 8}$$

$$2^{4x - x^2} \geq 8$$

$\log_2$

$$4x - x^2 \geq 3$$

$$0 \geq x^2 - 4x + 3$$

$$(x-3)(x-1)$$

$+ \quad 1 \quad - \quad 3 \quad +$

$\mathbb{R} - (1, 3)$

۱۰- ب)

$$y = \left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)!$$

$$\frac{3x+5}{2x+4} = w$$

$$\left\{ x \,\middle|\, x = \frac{-4k+5}{2k-3},\ k \in w \right\}$$