⑱

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲..... کلاس .... شاینا جعفری

۱

$۲x^۲+y^۲-۴x+۶y+K=۰$ ناتهی $K=?$

$۲x^۲-۴x+y^۲+۶y+K=۰$

$(۲(x^۲-۲x)+(y+۳)^۲-۹+K=۰$

$۲[(x-۱)^۲-۱]+[(y+۳)^۲-۹]+K=۰$

$۲(x-۱)^۲+(y+۳)^۲+(K-۱۱)=۰$

$۲(x-۱)^۲+(y+۳)^۲=۱۱-K$

$۱۱-K>۰$ ← تابع نمی‌شود ✗

$۱۱-K<۰$ ← تهی می‌شود ✗

$۱۱-K=۰$ ← مجموع دو مقدار مثبت صفر شده است پس هر دو صفر بوده‌اند { تک نقطه / تهی نیست }

✓ ②

$\boxed{K=۱۱}$

۲

$f(x)=\begin{cases} x^۲+۴x & x\geq a \\ ۲x+a+۲ & x\leq a \end{cases}$ $f(۱)=?$ $(a>۰)$

$a^۲+۴a=۲a+a+۲$

$a^۲+۴a=۳a+۲$

$a^۲+a-۲=۰$

$(a+۲)(a-۱)=۰$

$a=-۲$ غ ق ق $(a>۰)$

$a=۱$ ✓ $\longrightarrow f(x)=\begin{cases} x^۲+۴x & ; x\geq۱ \\ ۲x+۳ & ; x\leq۱ \end{cases}$

$f(۱)=$ → $۱+۴=۵$ → $۲+۳=۵$

$\boxed{f(۱)=۵}$

✓ ②

۳

$f(x)=\begin{cases} ۲x^۲-b & |x+۱|\geq۲ \\ a+۲x & -۳\leq x\leq-۱ \end{cases}$ $a+b=?$

$|x+۱|\geq۲$

$x+۱\geq۲ \rightarrow x\geq۱$

$x+۱\leq-۲ \rightarrow x\leq-۳$

$f(x)=\begin{cases} ۲x^۲-b & ; x\leq-۳ , x\geq۱ \\ a+۲x & ; -۳\leq x\leq۱ \end{cases}$

②

$\xrightarrow{x=-۳}$ $۱۸-b=a-۶$

$\underbrace{۱۸+۶}_{۲۴}=a+b$ $\boxed{a+b=۲۴}$

✓

۴

$y=\sqrt{۶x-a}+\sqrt{b-۳x}$ $D_f=\{۲\}$ $\frac{b}{a}=?$

$۶x-a\geq۰$ $x\geq\frac{a}{۶}$

$b-۳x\geq۰$ $x\leq\frac{b}{۳}$

$\frac{a}{۶}\leq x\leq\frac{b}{۳}$ $\frac{a}{۶}=\frac{b}{۳}=۲$ → $a=۱۲$ → $b=۶$

②

$\boxed{\frac{b}{a}=\frac{۶}{۱۲}=\frac{۱}{۲}}$

✓

$x\geq-۱ , x\neq۳$ → $x\leq۶$

۵

الف) $y=\sqrt{\frac{x+۱}{|x-۳|}}+\sqrt{\frac{۶-x}{x^۲+۴x+۴}}$ + +

① $\frac{x+۱}{|x-۳|}\geq۰$ $|x-۳|\neq۰$, ② $\frac{۶-x}{(x+۲)^۲}\geq۰$ $(x+۲)^۲\neq۰$

① -۱ ۳: $+$ $-$ $+$ → $(-\infty,-۱]\cup(۳,+\infty)$

② -۲^* ۶: $+$ $+$ $-$ → $(-\infty,-۲)\cup(-۲,۶]$

①,② $\rightarrow D_f=(-\infty,-۲)\cup(-۲,۱]\cup(۳,+\infty)$

$D=[-۱,۶]-\{۳\}$

ب) $y=\sqrt{[x]-۴}+\sqrt{۲-[x]}$

$[x]-۴\geq۰$ ① ; $[x]\geq۴$; $[۴,+\infty)$

② $۲-[x]\geq۰$; $[x]\leq۲$; $(-\infty,۳)$ ✓

①,② $\longrightarrow D_f=\varnothing$

①

$$\begin{array}{l|l} x^۳-۲x^۲-۵x+۶ & x-۱ \\ \hline -x^۳+x^۲ & x^۲-x-۶ \\ \hline -x^۲-۵x+۶ & \\ +x^۲-x & \\ \hline -۶x+۶ & \\ +۶x-۶ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} x^۳+۲x^۲-۵x-۶ & x+۱ \\ \hline -x^۳-x^۲ & x^۲+x-۶ \\ \hline x^۲-۵x-۶ & \\ -x^۲-x & \\ \hline -۶x-۶ & \\ +۶x+۶ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}}$

$\dfrac{(x-۳)(x+۲)}{(x^۲-۹)(x^۲-۴)} \geqslant ۰$

$x=۳ \quad x=-۲$

$x^۲-۹=۰ \to x^۲=۹ \to x=\pm ۳$

$x^۲-۴=۰ \to x^۲=۴ \to x=\pm ۲$

$-۳ \quad -۲^{*} \quad ۲ \quad ۳^{*}$

$+ \quad - \quad - \quad + \quad +$

$D_f=(-\infty,-۳)\cup(۲,۳)\cup(۳,+\infty)$

✓ ۲

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶}}$

$\overset{\nearrow ۱}{} \quad \overset{\uparrow ۳}{} \quad \xrightarrow{} -۲$

$\dfrac{(x-۱)(x-۳)(x+۲)}{(x+۱)(x+۳)(x-۲)} \geqslant ۰$

$-۱ \quad -۳ \quad ۲$

$-۳ \quad -۲ \quad -۱ \quad ۱ \quad ۲ \quad ۳$

$+ \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad +$

$D_f=(-\infty,-۳)\cup[-۲,-۱)\cup[۱,۲)\cup[۳,+\infty)$ ✓

الف) $y=\sqrt{[-x]-۲}$

$[-x]-۲ \geqslant ۰$

$[-x] \geqslant ۲$

$-x \geqslant ۲$

$x \leqslant -۲$

$D_f=(-\infty,-۲]$ ✓

ب) $y=\dfrac{۵x^۲+۶}{[x]^۲-۲[x]-۳}$

$[x]^۲-۲[x]-۳ \neq ۰ \rightsquigarrow [x]=t$

$t^۲-۲t-۳ \neq ۰$

$(t-۳)(t+۱) \neq ۰$

$t \neq ۳ \rightsquigarrow x \notin [۳,۴)$

$t \neq -۱ \rightsquigarrow x \notin [-۱,۰)$

$D_f=\mathbb{R}-\{[-۱,۰)\cup[۳,۴)\}$ ✓

۲

۷

الف) $y=\dfrac{\cot x+۱}{\tan x+۱}$

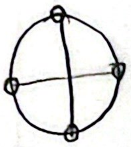
$\dfrac{\dfrac{\cos}{\sin}+۱}{\dfrac{\sin}{\cos}+۱}$

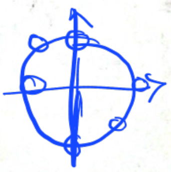
$\sin \neq ۰$

$\cos \neq ۰$

$\neq -۱$

$\tan x+۱ \neq ۰$





$D_f=\mathbb{R}-\left\{\dfrac{k\pi}{۲}\right\}$

$\parallel$

$D_f=\mathbb{R}-\left\{k\pi,\ k\pi+\dfrac{\pi}{۲}\right\}$

ب) $y=\sqrt{۱-۴\sin^۲ x}$

$۱-۴\sin^۲ x \geqslant ۰$

$۴\sin^۲ x \leqslant ۱$

$\sin^۲ x \leqslant \dfrac{۱}{۴}$

$|\sin x| \leqslant \dfrac{۱}{۲}$ ✓

۱٫۵

$D_f=\left[۲k\pi-\dfrac{\pi}{۶},\ ۲k\pi+\dfrac{\pi}{۶}\right]\cup\left[۲k\pi+\dfrac{۵\pi}{۶},\ ۲k\pi+\dfrac{۷\pi}{۶}\right]$

$\parallel$

$D_f=\left[k\pi-\dfrac{\pi}{۶},\ k\pi+\dfrac{\pi}{۶}\right]$

۸

الف) $y=\sqrt{۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱}}$

$۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱} \geqslant ۰$

$\log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱} \leqslant ۱$

$x-۱ \geqslant \dfrac{۱}{۲}$

$x \geqslant \dfrac{۳}{۲}$

$D_f=\left[\dfrac{۳}{۲},+\infty\right)$ ✓

۱٫۵

ب) $y=\dfrac{\sqrt{x^۲-x}}{۱-\log_۴^{x^۲-۳x}}$

$x^۲-۳x>۰ \to x(۰,x)۳$

$x^۲-x \geqslant ۰ \quad x(x-۱) \geqslant ۰$

$۰ \quad ۱$

$+ \quad - \quad +$

① $\to (-\infty,۰]\cup[۱,+\infty)$

$۱-\log_۴^{x^۲-۳x} \neq ۰ \qquad \log_۴^{x^۲-۳x} \neq ۱$

$x^۲-۳x \neq ۴ \qquad x^۲-۳x-۴ \neq ۰ \qquad (x-۴)(x+۱) \neq ۰$

$x \neq ۴ ,\ x \neq -۱$ ②

①،② $\to D_f=(-\infty,-۱)\cup(-۱,۰]\cup[۱,۴),(۴,+\infty)-\{۳\}$

۹

الف) $y=\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸}$

$۲^{۴x-x^۲}-۸ \geqslant ۰$

$۲^{۴x-x^۲} \geqslant ۸ \rightsquigarrow (۲^۳=۸)$

$۴x-x^۲ \geqslant ۳$

$x^۲-۴x+۳ \leqslant ۰$

$(x-۳)(x-۱) \leqslant ۰$

$۱ \quad ۳$

$+ \quad - \quad +$

$D_f=[۱,۳]$ ✓

ب) $y=\left(\dfrac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)!$: $x\in -\dfrac{۴W-۵}{۲W-۳}$ راه ①

$=\boxed{x\in \dfrac{-۴W+۵}{۲W-۳}}$

$\dfrac{۳x+۵}{۲x+۴}\in W \qquad ۳x+۵ \in ۲xW+۴W$

$۳x-۲xW \in ۴W-۵ \qquad x(۳-۲W)\in ۴W-۵$ راه ②

$\boxed{x\in \dfrac{۴W-۵}{۳-۲W} \Rightarrow x\in \dfrac{-۴W+۵}{۲W-۳}}$ ✓

۲

۱۰