آرتمیس اکبری　　تکلیف ۱۸　　یازدهم دختر B

سوال ① =>

$\frac{\text{طول}}{\text{عرض}}=\frac{۵}{۴}$　　$x=$ طول　$y=$ عرض

$\frac{x}{y}=\frac{۵}{۴}\longrightarrow y=۴k,\ x=۵k\longrightarrow S_۱=۴k\times ۵k=۲۰k^۲$

$\frac{x'}{y}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\xrightarrow{y=۴k}x'=۴k\left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right)\rightarrow S_۲=۴k\times ۴k\left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right)=۱۶k^۲\left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right)$

$\frac{S_۲}{S_۱}=\frac{۱۶k^۲\left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right)}{۲۰k^۲}=\frac{۴}{۵}\left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right)=\boxed{\frac{۲}{۵}(۱+\sqrt{۵})}$

سوال ② =>

$\frac{\text{قطر}}{\text{طول}}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$　　$x=$ طول　$y=$ عرض　قطر $=\sqrt{x^۲+y^۲}$

$\frac{\sqrt{x^۲+y^۲}}{x}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\longrightarrow\frac{x^۲+y^۲}{x^۲}=\frac{(۱+\sqrt{۵})^۲}{۴}\xrightarrow[\text{صورت}]{\text{تفضل مخرج در}}\frac{y^۲}{x^۲}=\frac{(۱+\sqrt{۵})^۲-۴}{۴}$

$\boxed{\frac{x^۲}{y^۲}=\frac{۲}{۱+\sqrt{۵}}}$

سوال ③ =>

$۳a+\sqrt{۲a^۲+۴a}=۲$,　$\frac{a+۱}{a}=?$

$۳a+\sqrt{۲a^۲+۴a}=۲\longrightarrow\sqrt{۲a^۲+۴a}=۲-۳a$

$۲a^۲+۴a=۴-۱۲a+۹a^۲$

$۷a^۲-۱۶a+۴=۰$

$a^۲-۱۶a+۲۸=۰\rightarrow(a-۱۴)(a-۲)=۰$ ✓

$a=\frac{۱۴}{۷}=۲\longrightarrow$ درمعادله صدق نمی‌کند

$\boxed{a=\frac{۲}{۷}}$　　$\frac{a+۱}{a}=\frac{\frac{۲}{۷}+۱}{\frac{۲}{۷}}=\frac{\frac{۹}{۷}}{\frac{۲}{۷}}=\frac{۹}{۲}$

سوال ④ =>

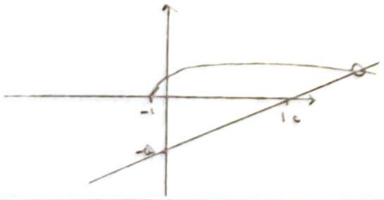
$\frac{\sqrt{x+۱}}{\sqrt{x-۱}+۳}-\frac{\sqrt{x+۱}}{۳-\sqrt{x-۱}}=\frac{x-۱}{\sqrt{x-۱}}$

$\frac{\sqrt{x+۱}(۳-\sqrt{x-۱})-\sqrt{x+۱}(\sqrt{x-۱}+۳)}{۹-(x-۱)}=\frac{\overset{(\sqrt{x-۱})^۲}{x-۱}}{\sqrt{x-۱}}\longrightarrow\frac{۳\sqrt{x+۱}-\sqrt{x^۲-۱}-\sqrt{x^۲-۱}-۳\sqrt{x+۱}}{۱۰-x}=\sqrt{x-۱}$

$\frac{-۲\sqrt{x^۲-۱}}{۱۰-x}=\sqrt{x-۱}\rightarrow-۲\cancel{\sqrt{x-۱}}\sqrt{x+۱}=(۱۰-x)\cancel{\sqrt{x-۱}}\rightarrow-۲\sqrt{x+۱}=۱۰-x$

✱ $\sqrt{x-۱}\neq۰$

$\sqrt{x+۱}=\frac{x}{۲}-۵$



$\boxed{\text{یک ریشه مثبت دارد}}$ ✓

سوال ⑤

$\frac{۱}{\sqrt{۲-x}+۲}-\frac{۱}{۲-\sqrt{۲-x}}=\frac{۲-x}{۵\sqrt{۲-x}}\rightarrow\frac{۲-\sqrt{۲-x}-\sqrt{۲-x}-۲}{\underbrace{۴-۲+x}}=\frac{\overset{(\sqrt{۲-x})^۲}{۲-x}}{۵\sqrt{۲-x}}=\frac{\sqrt{۲-x}}{۵}$

↳ $x\neq۲\rightarrow\sqrt{۲-x}\neq۰$

$-۱۰\sqrt{۲-x}=\sqrt{۲-x}(۲+x)\rightarrow-۱۰=۲+x\rightarrow x=-۱۲$

$\boxed{\text{جواب مثبت ندارد}}$

سوال ⑥

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(1-x)^2}=\frac{160}{9} \longrightarrow \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{1-x}\right)^2-2\left(\frac{1}{x(x+1)}\right)=\frac{160}{9}$$

$$\longrightarrow \left(\frac{1}{x(1-x)}\right)^2-2\left(\frac{1}{x(1-x)}\right)=\frac{160}{9} \xrightarrow{\frac{1}{x(1-x)}=t} t^2-2t=\frac{160}{9} \longrightarrow t^2-2t+1=\frac{169}{9}$$

$$(t-1)^2=\frac{169}{9}$$

$$t-1=\frac{13}{3} \to t=\frac{16}{3}$$

$$t-1=\frac{-13}{3} \to t=-\frac{10}{3}$$

$$\frac{1}{x(1-x)}=\frac{16}{3} \to -x^2+x-\frac{3}{16}=0$$

$$S_1=1$$

$$\frac{1}{x(1-x)}=\frac{-10}{3} \to -x^2+x+\frac{3}{10}=0$$

$$S_2=1$$

$$\boxed{S_1+S_2=2}$$

سوال ⑦

$$\sqrt{x+\sqrt{-x^3+4x^2+25x-100}}+\sqrt{x^2\sqrt{-x^2+6x-8}}=x+2$$

$$\sqrt{-x^2+6x-8} \to -x^2+6x-8\geq 0 \to x^2-6x+8\leq 0 \to (x-2)(x-4)\leq 0$$

x		2		4	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$\to [2,4]$ Ⅰ

$$\sqrt{-x^3+4x^2+25x-100} \to -x^3+4x^2+25x-100\geq 0 \Rightarrow x^3-4x^2-25x+100\leq 0 \to (x^3-25x)-(4x^2-100)\leq 0$$

$$x(x^2-25)-4(x^2-25)\leq 0$$

$$(x-5)(x+5)(x-4)\leq 0$$

x		-5		4		5	
	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$(-\infty,-5]\cup[4,5]$ Ⅱ

$\text{I}\cap\text{II} \Rightarrow x=4$

$$\sqrt{4+\sqrt{-64+64+100-100}}+\sqrt{16+\sqrt{-16+24-8}}=4+2 \longrightarrow \boxed{6=6}$$

$x=4$ ق ق

$\boxed{\text{یک جواب}}$

سوال ⑧

$y=|x+2|+|x-1|$ ، $3y+x=17$

	-2	1
$-x-2-x+1$	$x+2-x+1$	$x+2+x-1$
$-2x-1$	3	$2x+1$

$\underbrace{3}$ ↳ $3=\frac{-x+17}{3}$

$\to x=8$ غ ق ق

$$\begin{cases} y+2x=-1 \\ 3y+x=17 \end{cases}$$

$-5x+20$

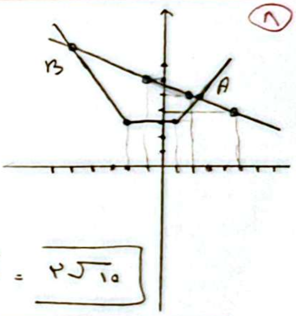
$x=-4,\ y=7 \Rightarrow B$

$$\begin{cases} y-2x=+1 \\ 3y+x=17 \end{cases}$$

$7x=14$

$x=2,\ y=5 \Rightarrow A$

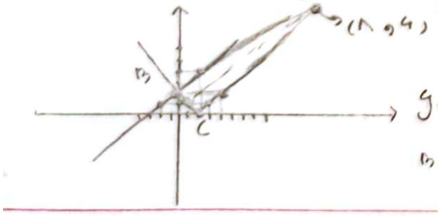
$$\overline{AB}=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2} \to \sqrt{36+4}=\sqrt{40}=\boxed{2\sqrt{10}}$$



$y=\sqrt{x^2-4x+4}$ ، $y=\frac{1}{2}x+2$

↳ $\sqrt{(x-2)^2}=|x-2| \longrightarrow$

	2
$-x+2$	$x-2$



$$\begin{aligned} y+x&=2 \\ -\quad y+\frac{x}{2}&=2 \end{aligned}$$

$\frac{3}{2}x=0 \to x=0$ ، $y=2$

$$\begin{aligned} y-x&=-2 \\ -y+\frac{x}{2}&=-2 \end{aligned}$$

$-\frac{1}{2}x=-4$

$x=8,\ y=6 \Rightarrow A$

فاصله A از خط $y=-x+2$: $\frac{|6+8-2|}{\sqrt{2}}=\frac{12\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$

$BC=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$

$$S=\frac{2\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}}{2}=\boxed{12}$$

سوال ⑩

بهروز $=\frac{1}{x}$ ، فرهاد $=\frac{1}{x+9}$ هردو $=\frac{1}{20}$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+9}=\frac{1}{20} \longrightarrow 20(x+9)+20x=x(x+9)$$

$$20x+180+20x=x^2+9x$$

$$x^2-31x-180=0$$

$$(x-36)(x+5)=0$$

$\boxed{x=36}$ $x=-5$ غ ق ق