سوره مداری ، شماره تکلیف ، 17 ، « یازدهم رختند B »

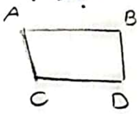
1. نقاط $A(-2,k)$ و $B(4,m)$ روی خطی با شیب $-\frac{1}{2}$ قرار داشته و این ۲ نقطه دو رأس مجاور در مربع $ABCD$ هستند. مساحت مربع؟

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{k-m}{-2-4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow k-m = 3$ ، $\text{طول ضلع} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$S_{\text{مربع}} = 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \Rightarrow 9 \times 5 = 45$

---

2. نقاط $A(-1,4)$ ، $B(3,1)$ ، $C(x,y)$ ، $D(-1-x, y+3)$ رأس های یک مستطیل هستند اگر رأس های D و C مجاور باشند محیط مستطیل را بیابید؟




$AB \parallel CD \Rightarrow m_{AB} = m_{CD} \Rightarrow \frac{3}{-4} = \frac{-3}{2x+1} \Rightarrow 2x+1 = 4$ ، $x = \frac{3}{2}$

$AB \perp AC \Rightarrow m_{AB} \times m_{AC} = -1$ $\Rightarrow C\left|\begin{matrix}\frac{3}{2}\\ 3\end{matrix}\right.$

$-\frac{3}{4} \times \frac{1-y}{x} = -1 \Rightarrow \frac{3y-3}{4 \times \frac{3}{2}} = 1 \Rightarrow 3y-3 = 6 \rightarrow y = 3$

$\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \Rightarrow \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow \frac{5}{2} = 2/5$

$P = 2(5 + 2/5) = 15$

---

3. $2mx + (m^2-1)y = 3$ به ازای ۲ مقدار m با جهت + محور xها زاویه $60^\circ$ می سازد. اختلاف مقادیر m را بدست آورید؟

$(m^2-1)y = -2mx + 3 \Rightarrow y = \frac{-2m}{m^2-1}x + \frac{3}{m^2-1}$

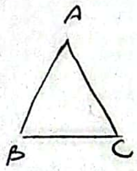
$\tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{-2m}{m^2-1} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 - \sqrt{3} = -2m \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$

$m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m + \frac{3}{\sqrt{3}})(m - \frac{1}{\sqrt{3}}) \Rightarrow m_1 = \frac{-3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$ ، $m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$m_2 - m_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} - (-\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

---

4. طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس های $A(1,9)$ ، $B(3,3)$ ، $C(7,11)$ را بدست آورید؟




ارتفاع AH $\Rightarrow$ فاصله نقطه A از خط BC

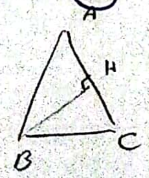
خط BC $\Rightarrow m_{BC} = \frac{11-3}{7-3} = 2$ $\quad y-3 = 2(x-3) \rightarrow y-3 = 2x-6$

$y = 2x-3 \Rightarrow y - 2x + 3 = 0$

$AH = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \frac{|9-2+3|}{\sqrt{1+4}} \Rightarrow \frac{10}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} \Rightarrow 2\sqrt{5}$

---

5. سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB = y+2x = 7$ ، $AC: 4y-3x = 17$ ، $BC: 2y-7x = -19$ طول ارتفاع BH؟

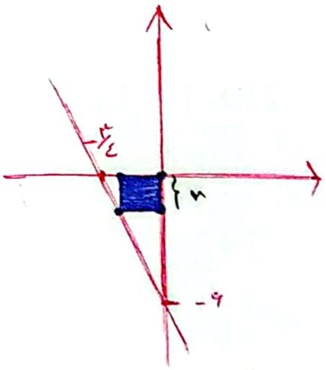



فاصله نقطه B از خط AC $\Rightarrow 4y - 3x - 17 = 0$

$\begin{cases} BC = y+2x-7 = 0 \quad \times 2 \quad 2y+4x-14=0 \\ AB = 2y-7x+19 = 0 \end{cases}$

$11x - 33 = 0 \rightarrow x = 3 \quad y = +1$

$BH = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|4-9-17|}{\sqrt{16+9}} = \frac{22}{5} = 4/4$



در شکل زیر قطر مربع سایه‌خورده را بیابید؟

$$\frac{x}{\frac{3}{4}} = \frac{6-x}{6} \Rightarrow 6x = \frac{9}{2} - \frac{3}{4}x \Rightarrow \frac{27}{4}x = \frac{9}{2}$$

a ضلع مربع → هر ۴ ضلع برابر → $\square a$ ⇒ قطر مربع $= a\sqrt{2}$

$$x = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{27}{4}} = \frac{2}{3}$$ طول مربع

قطر مربع $= a\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{\frac{2}{3}\sqrt{2}}$

6

---

دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله $y - ax = 1$ ، $ay - x = a - 1$ واقع هستند. اگر قطر مستطیل برابر ۵ و نقطه (۱،۲) یک رأس از مستطیل باشد. مساحت مستطیل؟

$y = ax + 1$

$ay = x + a - 1 \rightarrow y = \frac{1}{a}x + \frac{a-1}{a}$ ⇒ نباید منطبق باشند $1 \neq \frac{a-1}{a}$ ✓

شیب‌ها برابر ⇒ $a = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 - 1 = 0 \rightarrow a = -1,\ a = 1$

$y = x + 1$ ، $y = x \xrightarrow{(1,2)} 2 = 1 + 1$ ✓ (باید رأس در آن صدق کند)

$$S = \frac{7\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{7}{2}}$$

$y = -x + 1$ ، $y = -x + 2 \xrightarrow{(1,2)} \times 2 = -1 + 2$ ، $2 = -1 + 1$ ✗

$y - x - 1 = 0$

$y - x = 0$

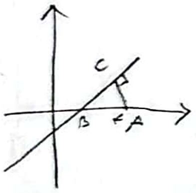
$$\Rightarrow \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|0 - (-1)|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sim \text{فیثاغورس} \sqrt{5^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - \frac{1}{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

7

---

نقطه $A(4,0)$ یک رأس از مثلثی است که دو رأس دیگر آن روی خط $x - 3y = 1$ قرار دارند. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط باشد و نقطه $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ داخل این مثلث باشد. بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه اول محورهای مختصات؟

$y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ $\quad m_{AC} = -3 \Rightarrow y = -3(x - 4) \Rightarrow y = -3x + 12$



تقاطع دو خط ⇒ $-3x + 12 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{37}{3} = \frac{10}{3}x \Rightarrow x = 3.7 \quad y = 0.9$

مختصات C بدست آمد

اگر نقطه $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ درون مثلث باشد B باید به سمت چپ C باشد ← بیشترین مساحت بدست آید $B(1,0)$!

$AC = \sqrt{(0.3)^2 + (0.9)^2} = 0.3\sqrt{10}$ $\quad BC = \sqrt{(2.7)^2 + (0.9)^2} = 0.9\sqrt{10}$

$$S = \frac{AB \times BC}{2} \Rightarrow \frac{0.3\sqrt{10} \times 0.9\sqrt{10}}{2} = \boxed{1.35}$$

8

---

دو نقطه به مختصات $(-\frac{1}{2}, a)$ و $(-\frac{1}{3}, b)$ دو رأس مجاور یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند. اگر شیب خط Δ برابر $\sqrt{3}$ باشد قطر مربع؟

$$m = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{b - a}{-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{b - a}{\frac{1}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow b - a = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \frac{1}{36}} = \sqrt{\frac{3}{36} + \frac{1}{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$ ~ طول ضلع مربع $= a$ ⇒ قطر مربع $= a\sqrt{2}$

9

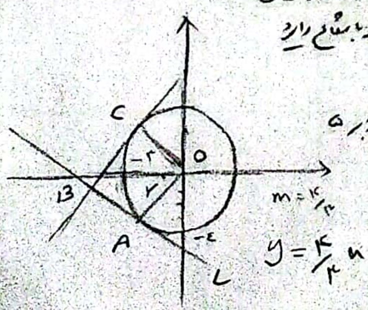
طول ضلع $= \frac{1}{3}$ ⇒ قطر مربع $\boxed{\frac{\sqrt{2}}{3}}$

---

خط L در نقطه $(-3, -4)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر این خط عمود بر L در ناحیه دوم بر این دایره مماس باشد، حاصل ضرب طول و عرض مختصات نقطه برخورد دو خط را بیابید؟

$\Rightarrow \sqrt{(0+3)^2 + (0+4)^2} \Rightarrow r = 5$ (فاصله مرکز تا نقطه مماس برابر با شعاع دارد)

$m_{OA} = \frac{4}{3} \Rightarrow m_{BC} = \frac{4}{3} \Rightarrow BC \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + b \Rightarrow 3y - 4x - 3b = 0$



فاصله O از BC برابر ۵ ⇒ $\frac{|3y - 4x - 3b|}{5} = 5 \Rightarrow -3b = 25 \Rightarrow b = \frac{25}{3}$ ✓ ، $-\frac{25}{3}$ غ ق ق

10

$BC \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{25}{3} \Rightarrow BC: -4x + 3y - 25 = 0$

$y = \frac{4}{3}x$ $\quad m_{AB} = -\frac{3}{4} \rightarrow y + 4 = -\frac{3}{4}(x + 3) \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x - \frac{25}{4} \rightarrow AB \Rightarrow 3x + 4y + 25 = 0$

$$x = -\frac{-75 - 100}{-16 - 9} = -7 \quad y = \frac{100 - 75}{-16 - 9} = -1 \Rightarrow xy = -1 \times -7 = \boxed{7}$$

Scanned with CamScanner