

۱) معادله خط AB را به صورت $y = kx + b$ بنویسید. $A(4, 1)$ و $B(1, 2)$ نقطه‌های خط AB هستند.

$$L: -\frac{1}{3}x + b = y$$

$$b = 0 \quad (1, 0) \rightarrow -\frac{1}{3}x = y$$

$$-\frac{1}{3}x = -2 \rightarrow (6, -2) \quad , \quad -\frac{1}{3}x(-2) = 1 \rightarrow (-\frac{3}{2}, 1)$$

$$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$$

$$\rightarrow S = (3\sqrt{10})^2 = 9 \times 10 = 90$$

۲) $x_A + x_C = x_B + x_D$ و $y_A + y_C = y_B + y_D$ را بنویسید. $A(1, 2)$ و $C(3, 4)$ نقطه‌های خط AC هستند. $B(2, 1)$ و $D(4, 3)$ نقطه‌های خط BD هستند.

$$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 1 + 3 = 2 + 4 \Rightarrow 4 = 6$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow 2 + 4 = 1 + 3 \Rightarrow 6 = 4$$

$$-1 + x = 2 + (-1-x) \Rightarrow x-1 = 2-x \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$AB = \frac{2-1}{-1-1} = -\frac{1}{2} \rightarrow BC = \frac{4-2}{3-2} = 2 \rightarrow \frac{2}{3}x + b = y \rightarrow \frac{2}{3} \times 2 + b = 1 \rightarrow b = -\frac{1}{3}$$

$$\rightarrow BC: \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = y \rightarrow \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 2 - x \Rightarrow \frac{5}{3}x = \frac{7}{3} \Rightarrow x = \frac{7}{5}$$

$$AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \quad BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{5} + 4} = \sqrt{\frac{29}{5}} = \frac{\sqrt{145}}{5} \rightarrow (\frac{\sqrt{145}}{5} + \sqrt{2}) \times 2 = \sqrt{145} + 2\sqrt{2} = 10$$

۳) $\tan \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-1}{1-2} = -1 \Rightarrow \theta = 135^\circ$

$$\Delta = (2)^2 - 4(-1)(\sqrt{2}) = 4 + 4\sqrt{2} = 4(1 + \sqrt{2}) \Rightarrow m = \frac{-2 \pm 2\sqrt{1 + \sqrt{2}}}{2} = -1 \pm \sqrt{1 + \sqrt{2}}$$

$$1 - (-1) = 2$$

۴) BC را بنویسید. $B(1, 2)$ و $C(3, 4)$ نقطه‌های خط BC هستند.

$$BC = \frac{4-2}{3-1} = 1 \Rightarrow y = x + b$$

$$\rightarrow 2 = 1 + b \Rightarrow b = 1 \Rightarrow y = x + 1$$

$$AH = \frac{|4 - 2 + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

۵) $A(1, 2)$ و $C(3, 4)$ نقطه‌های خط AC هستند. $B(2, 1)$ و $D(4, 3)$ نقطه‌های خط BD هستند.

$$A \begin{cases} 4y - 3x = 17 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow 11x = 11 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow A(1, 5)$$

$$B \begin{cases} 2y - 5x = -19 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow 11x = 11 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow B(1, 5)$$

$$C \begin{cases} 2y - 5x = -19 \\ 4y - 3x = 17 \end{cases} \Rightarrow 11x = 11 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow C(1, 5)$$

$$BH = \frac{|4 - 2 + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

رأسی از مدیج که روی خط قرار گرفته است دارای طول عرض برابر است زیرا طول آن به عرضش اضلاع مربع هستند با هم برابرند.
 پس این نقطه روی خط $x=y$ نیز قرار دارد. شیب $= \frac{-4}{\frac{4}{3}} = \frac{-12}{4} = -3$ شیب $\rightarrow (0, -4), (-\frac{4}{3}, 0)$: معادله خط

$$\rightarrow y = -3x + b \rightarrow y = -3x - 4$$

$$\begin{cases} x = y \\ -3x - 4 = y \end{cases} \Rightarrow x = -3x - 4 \rightarrow 4x = -4 \rightarrow x = -1, y = -1$$

$$\text{مقدار مدیج} = \sqrt{2 \times (\frac{4}{3})^2} = \sqrt{2 \times \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{32}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

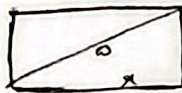
6

دو ضلع متقابل موازی پس شیب برابر دارند.

$$a=1 \rightarrow y-x=0 \rightarrow y=x, y=x+1 \quad \text{نقطه } (1,2) \text{ روی خط } y=x+1$$

$$a=-1 \rightarrow -y=x-2, y=1-x \quad \text{نقطه } (1,0) \text{ روی خط } y=1-x$$

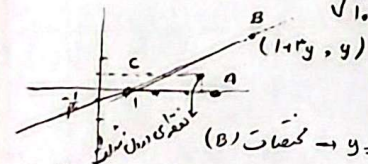
$$\text{طول مدیج از اضلاع مستطیل} = \text{فاصله دو نقطه} \rightarrow \frac{111}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x^2 + \frac{1}{4} = 25 + x^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow S = \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

7

طول ضلع دیگر مساوی $\frac{17\sqrt{10}}{10}$ است پس توانه طول $\rightarrow$ (با توجه به شکل) فاصله دو رأس A و C = $\frac{14-11}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$



$$AB = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Rightarrow \frac{9}{10} = (1+3y-4)^2 + (y-0)^2 = 9(1-3y+y^2) + y^2$$

$$= 9 - 18y + 10y^2 = \frac{9}{10} \Rightarrow 9 - 18y + 10y^2 - \frac{9}{10} = 0 \Rightarrow (10y-9)^2 = 0$$

$$\text{نقطه } (\frac{9}{10}, \frac{1}{10}) \text{ این قرار می گیرد پس ق ق} \rightarrow y = \frac{9}{10}, x = \frac{9}{10} \times 3 + 1 = \frac{37}{10}$$

$$\text{نقطه } B(4, 4) \rightarrow \frac{9}{10} = (1+3y-1)^2 + y^2 = 10y^2 \Rightarrow y = \frac{3}{10}, x = \frac{3}{10} \times 3 + 1 = \frac{19}{10}$$

$$\Rightarrow S = 13 \times \frac{9}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{117}{100}$$

8

مقدار b موجب باشد در فاصله دو نقطه روی آن نسبت به هم ثابتی ندارد.

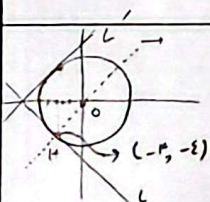
$$\Delta: y = \sqrt{2}x + b'$$

$$b'=0 \Rightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -1, (-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}) = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, -1)$$

$$\text{طول مدیج} = \sqrt{(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}})^2 + (-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}})^2} = \sqrt{(\frac{1}{4})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{4})^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{2}{16}} = \sqrt{\frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{طول ق ق} = \sqrt{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2 \times 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 1$$

9



$$\text{شیب } L: \text{شیب} = \frac{-4-0}{-3-0} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{شیب } L' = -\frac{3}{4}$$

$$\text{معادله } L: -\frac{3}{4}x + b = y \rightarrow -\frac{3}{4}(-3) + b = -4 \Rightarrow b = -4 + (-\frac{9}{4}) = -\frac{25}{4}$$

$$\rightarrow -\frac{3}{4}x - \frac{25}{4} = y \rightarrow -3x - 25 = 4y$$

$$\text{معادله } L': \frac{4}{3}x + b = y \rightarrow \text{فاصله از } O \text{ تا } L' = r = \sqrt{16 + 25} = 5$$

$$\Rightarrow 4x + 3b = 15$$

$$\Rightarrow r = 5 = \frac{|3b|}{\sqrt{16}} \rightarrow 15 = |3b| \rightarrow b = \pm 5$$

$$\Rightarrow L': 4x + 25 = 3y \rightarrow \begin{cases} -3x - 25 = 4y \\ 4x + 25 = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -9x - 75 = 12y \\ 4x + 25 = 3y \end{cases} \Rightarrow 25x = -175 \Rightarrow x = -7, y = -1$$

10

$$\text{نقطه برخورد} \quad xy = 7$$