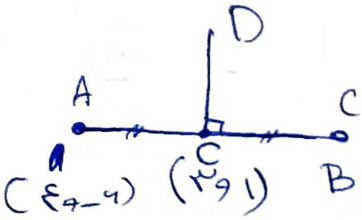
هلیا عمادی

۲۰



$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{14}{-2} = -7$ → $AB = -7x + 22$

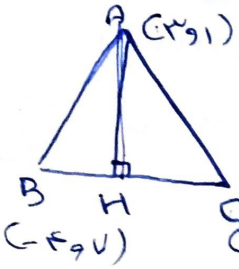
$-7x + b \xrightarrow{(2,8)} -14 + b = 8 \to b = 22$

۱) معادله خط گذرنده AB

۲) عمود از نقطه وسط AB

$CD \to \frac{1}{7}x + b \xrightarrow{(3,1)} \frac{3}{7} + b = 1 \to b = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \to CD = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$

$7y = x + 4$



$m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$

$-\frac{4}{3}x + b \xrightarrow{(-1,2)} \frac{4}{3}x + b = 2 \to b = \frac{10}{3}$

۲) طول ارتفاع از A تا BC = فاصله نقطه A از خط BC

$\Rightarrow BC = -\frac{4}{3}x + \frac{10}{3} \to 3y = -4x + 10 \to 4x + 3y - 10 = 0$

$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \xrightarrow{(3,1)} \frac{|12 + 3 - 10|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2 = AH$

$BC = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 = BC$

طول

$BC - AH = 5 - 2 = 3$

۳) دو خط موازی ضرایب y و x برابر دارند.

$4y - ax - 2 = 0 \to 4y - 4x - 2$

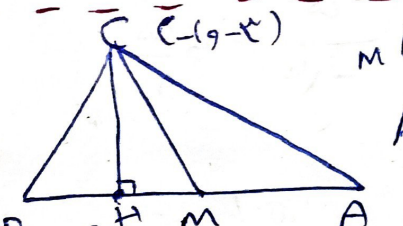
$3y - x - 7 = 0 \xrightarrow{\text{هم ضریب کردن}} 4y - 3x - 14$ $\Rightarrow a = 3$

۴) فاصله دو خط از هم = قطر دایره

$\Rightarrow d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \to \frac{|-14 - (-2)|}{\sqrt{16 + 4}} = \frac{12}{\sqrt{20}} = \frac{12\sqrt{20}}{20}$

$r = \frac{d}{2} \to S = \frac{d}{2} \times \frac{d}{2} \times \pi = \frac{36}{20}\pi = \frac{9}{5}\pi$

۴)



$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{-3} = -1 \to y = -x + b \xrightarrow{(-4,1)} -4 + b = 1 \to b = 5$

$AB = -x + 5$ → $mCH = 1 \to y = x + b \xrightarrow{(-1,-2)} -1 + b = -2$

$\Rightarrow CH = x - 2$ $\quad -x + 5 = x - 2$ $\quad \to b = -2$

$\to 2x = 7 \to x = \frac{7}{2}$ $\xrightarrow{y = -x + 5}$ $\to y = -3.5 + 5 = 1.5$

$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) \to M = \left(\frac{7}{4}, 2\right)$ $\Rightarrow d = \sqrt{\left(\frac{7}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2}$

$\Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$(m+1)x-(2m-4)y+1=0 \rightarrow (2m-4)y=(m+1)x+1$ ⑤

$y=\frac{m+1}{2m-4}x+\frac{1}{2m-4}$ ④ $(2m+1)x+(5-m)y-7=0$

در فقط عمود بر هم نسبت ها قرینه معکوس

$\rightarrow$ ⑨ $(5-m)y=-(2m-1)x+7 \rightarrow y=\frac{2m-1}{m-5}x+\frac{7}{5-m}$ ⑨

$\Rightarrow \frac{m+1}{2(m-2)}=\frac{5-m}{2m-1} \rightarrow (2m-1)(m+1)=-2(m-2)(m-5)$

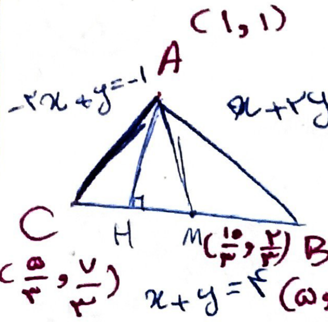
$2m^2+m-2m-1=-2m^2+14m-20$

$5m^2-13m+19 \xrightarrow{\Delta<0}$ هیچ مقدار m

⑤

(۶)

۵



$AB \Rightarrow 2y+x=3 \rightarrow y=-\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$

$AC \Rightarrow y=2x-1$

$BC \Rightarrow y=-x+4$

$x+y=4 \; (5,-1) \Rightarrow \quad B \Rightarrow -\frac{x}{2}+\frac{3}{2}=-x+4 \xrightarrow{\times 2} -x+3=-2x+8$

$= x=5 \,,\, y=-(5)+4=-1$

$C \Rightarrow -x+4=2x-1 \Rightarrow x=\frac{5}{3} \,,\, y=-(\frac{5}{3})+4=\frac{7}{3}$

$A \Rightarrow -\frac{x}{2}+\frac{3}{2}=2x-1 \xrightarrow{\times 2} -x+3=4x-2 \rightarrow 5x=5 \rightarrow x=1 \,,\, y=2(1)-1=1$

$BC=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{\frac{10}{3}}{-\frac{10}{3}}=-1 \rightarrow -x+b \xrightarrow{(5,-1)} -5+b=-1 \rightarrow b=4 \rightarrow BC=-x+4$

$y+x-4$

AH = فاصله A از BC $=\frac{|1+1-4|}{\sqrt{1+1}}=\frac{+2}{\sqrt{2}}$

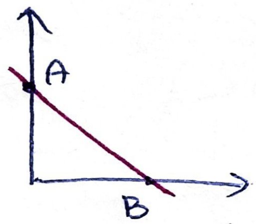
AM = فاصله A از M $=\sqrt{\Delta y^2+\Delta x^2}=\sqrt{\frac{49}{9}+\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{50}}{3}$

$\frac{AM}{AH}=\frac{\frac{\sqrt{50}}{3}}{\frac{2}{\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{50}\times\sqrt{2}}{6}=\frac{\sqrt{100}}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$

---

(۷)

۵



$y+\frac{1}{2}x+b \,,\, (0,0) \rightarrow \frac{|0+0+b|}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}}=\sqrt{20}$

$\sqrt{|b|}=\sqrt{20}\times\sqrt{\frac{5}{4}}=\sqrt{25}=5 \rightarrow |b|=5$

اگر [illegible] $= b \longrightarrow \pm 5$

$\rightarrow y=-\frac{1}{2}x+5 \Rightarrow 2y+x-10=0 \quad A(0,5) \quad B(10,0)$

$\rightarrow y=-\frac{1}{2}x-5 \quad 2y+x+10=0 \rightarrow A(0,-5) \quad B(-10,0)$

$= AB=\sqrt{100+25}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

---

(۸)

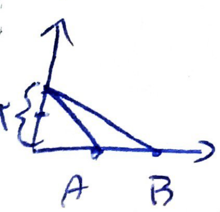
$A: my-4x=2m \rightarrow my=4x+2m \rightarrow y=\frac{4}{m}x+2$

$B: y+mx=x+2 \rightarrow y=(1-m)x+2$

عرض از مبدا ها مشترکند و برای اینکه محور x ها را قطع کنند باید شیب منفی داشته باشند.

← ارتفاع مثلث = ۲

← قاعده مثلث = فاصله نقاط برخورد خطوط با محور x



$\frac{1}{2}\times 2\times AB=\frac{5}{2} \Rightarrow AB=\frac{5}{2}$

$A \Rightarrow \frac{4}{m}x+2=0 \rightarrow \frac{4}{m}x=-2 \rightarrow x=-\frac{m}{2}$

$B \Rightarrow (1-m)x+2=0 \rightarrow (1-m)x=-2 \rightarrow x=\frac{2}{m-1}$

$$\sqrt{۵+\left(\frac{۲}{m-۱}+\frac{m}{۲}\right)^۲}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow\sqrt{\left(\frac{۴+m^۲-m}{۲(m-۱)}\right)^۲}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow\left|\frac{m^۲-m+۴}{۲(m-۱)}\right|=\pm\frac{۵}{۲}$$

تابعه ۸

(۱) $\Rightarrow \frac{m^۲-m+۴}{۲(m-۱)}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow ۵m-۵=m^۲-m+۴\Rightarrow m^۲-۶m+۹=۰$

$\Rightarrow (m-۳)^۲=۰\Rightarrow m=۳$ ★

(۲) $\Rightarrow \frac{m^۲-m+۴}{۲(m-۱)}=\frac{-۵}{۲}\Rightarrow -۵m+۵=m^۲-m+۴\Rightarrow m^۲+۴m-۱=۰$

$$m=\frac{-۴\pm\sqrt{۱۶+۴}}{۲}=\frac{-۴\pm۲\sqrt{۵}}{۲}=-۲\pm\sqrt{۵}\quad(\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵})$$

$$۳\times(-۲-\sqrt{۵})(-۲+\sqrt{۵})=-۳$$

$۴-۵=-۱$

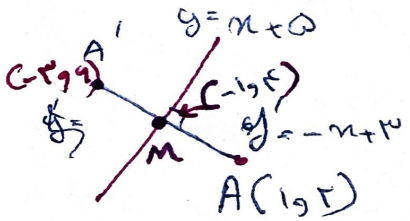
$y=۲x-۳\xrightarrow{x=۰} y=-۳\rightarrow$ نقطه دلخواه $=(۰,-۳)$

$(۰,-۳)$ و $M(۲,-۲)\rightarrow(۴,-۱)$

(۹) قرینه خط نسبت به نقطه ثابتی برابر با خط اولیه دارد. بنابراین کافیست نقطه ای از خط را انتقال دهیم و معادله خط جدید را از آن حساب کنیم.

$y=۲x+b\xrightarrow{(۴,-۱)} ۲(۴)+b=-۱\rightarrow ۸+b=-۱\rightarrow b=-۹$

$y=۲x-۹$



$y'=-x+b\xrightarrow{(۱,۲)} ۲=-۱+b\rightarrow b=۳$

$\Rightarrow y'=-x+۳$

(۱۰)

$M=-x+۳=x+۵\Rightarrow ۲x=-۲\rightarrow x=-۱, y=۴$

$$\left.\begin{aligned}\frac{۱+x'}{۲}=-۱&\rightarrow ۱+x'=-۲\rightarrow x'=-۳\\ \frac{۲+y'}{۲}=۴&\rightarrow ۲+y'=۸\rightarrow y'=۶\end{aligned}\right\}\Rightarrow A'=(-۳,۶)$$

$a=-۳, b=۶\Rightarrow ۲b-a=۲(۶)-(-۳)=۱۲+۳=۱۵$