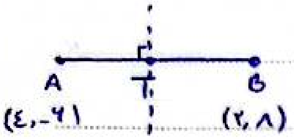
Subject:
Date

لیلا مرتی ۱۸/   تکلیف ۱۴   ۱/   ۲۰

۱- 

$T=(۳,۱)$

$m_{AB}=\frac{۸+۶}{۲-٤}=-۷ \overset{عمود}{\Rightarrow} m'=\frac{۱}{۷}$

$\Big\}\ y=\frac{۱}{۷}x+b \xrightarrow{(۳,۱)} y=\frac{۱}{۷}x+\frac{٤}{۷}$

۲

۲- طول ارتفاع = فاصله A از خط BC

$BC=\sqrt{\Delta x^۲+\Delta y^۲}=\sqrt{۹+۱۶}=۵$

$m_{BC}=\frac{۷-۳}{-٤+۱}=-\frac{٤}{۳} \Rightarrow y=\frac{-٤}{۳}x+b \xrightarrow{(-۱,۳)} y=\frac{-٤}{۳}x+\frac{۵}{۳} \longrightarrow y+\frac{٤}{۳}x-\frac{۵}{۳}$

$d=\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۱+٤-\frac{۵}{۳}|}{\sqrt{۱+\frac{۱۶}{۹}}}=\frac{\frac{۱۰}{۳}}{\frac{۵}{۳}}=۲ \qquad \Rightarrow ۵-۲=\boxed{۳}$

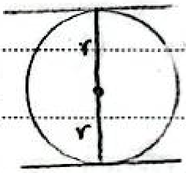
۲

۳-

$۲y-x=۷ \Rightarrow y=\frac{۱}{۲}x+\frac{۷}{۲}$

$٤y=ax+۲ \Rightarrow y=\frac{a}{٤}x+\frac{۱}{۲}$

$\Big\}\xrightarrow[m=m']{دو\ خط\ موازی}\frac{۱}{۲}=\frac{a}{٤} \Rightarrow a=۲$



فاصله دو خط موازی $=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} \longrightarrow ۲r=\frac{|\frac{۷}{۲}-\frac{۱}{۲}|}{\sqrt{۱+\frac{۱}{٤}}}=\frac{۳}{\frac{\sqrt{۵}}{۲}}=\frac{۶}{\sqrt{۵}} \Rightarrow r=\frac{۳}{\sqrt{۵}}=\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}$

$S=\pi r^۲=\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}\times\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}\pi=\frac{۹}{۵}\pi$

۲

۴- MH = فاصله M از خط CH

M وسط A و B $=(۳,۲)$

$m_{AB}=\frac{۳-۱}{۲-٤}=-۱ \Rightarrow m_{CH}=۱ \Rightarrow y=x+b \xrightarrow{(-۱,-۳)} y=x-۲ \Rightarrow y-x+۲=۰$

فاصله نقطه از خط $=\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۲-۳+۲|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲

۵- دو خط عمود $\Leftarrow mm'=-۱$

$(۳m-۲)x+(۵-m)y-۷=۰ \Rightarrow y=\frac{(۲-۳m)}{(۵-m)}x+\frac{۷}{(۵-m)}$

$(m+۱)x-(۲m-٤)y+۱=۰ \Rightarrow y=\frac{m+۱}{۲m-٤}x+\frac{۱}{۲m-٤}$

$\Big\}\ \frac{۲-۳m}{۵-m}\times\frac{m+۱}{۲m-٤}=-۱$

$\Rightarrow -۳m^۲-m+۲=۲m^۲-۱٤m+۲۰ \longrightarrow ۵m^۲-۱۳m+۱۸ \Rightarrow \Delta<۰$

به ازای هیچ مقدار m این دو خط عمود نیستند.

۲

-۴

A : نقطه برخورد AB ، AC $\Rightarrow \begin{cases} x+۲y=۳ \\ -۲x+y=-۱ \end{cases} \xrightarrow{\text{کرامر}} x=-\dfrac{-۲-۳}{۱+۴}=\dfrac{۵}{۵}=۱ \quad y=\dfrac{-۱+۶}{۱+۴}=\dfrac{۵}{۵}=۱ \Rightarrow A=(۱,۱)$

B " " AB ، BC $\Rightarrow \begin{cases} x+۲y=۳ \\ x+y=۴ \end{cases} \longrightarrow x=-\dfrac{۸-۳}{۱-۲}=۵ \quad y=\dfrac{۴-۳}{۱-۲}=-۱ \Rightarrow B=(۵,-۱)$

۳

C " " AC ، BC $\Rightarrow \begin{cases} -۲x+y=-۱ \\ x+y=۴ \end{cases} \longrightarrow x=-\dfrac{۴+۱}{-۲-۱}=\dfrac{۵}{۳} \quad y=\dfrac{-۸+۱}{-۲-۱}=\dfrac{۷}{۳} \Rightarrow C=\left(\dfrac{۵}{۳},\dfrac{۷}{۳}\right)$

M وسط B ، C $=\left(\dfrac{۱۰}{۳},\dfrac{۲}{۳}\right) \longrightarrow AM=\sqrt{\Delta x^۲+\Delta y^۲}=\sqrt{\dfrac{۴۹+۱}{۹}}=\dfrac{۵\sqrt{۲}}{۳}$

$AH=\dfrac{|۱+۱-۴|}{\sqrt{۱+۱}}=\sqrt{۲} \qquad \dfrac{AM}{AH}=\dfrac{۵}{۳}$

$y = -\frac{۱}{۲}x + b$ فاصله نقطه از خط $= \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ $d = \sqrt{\Delta x^۲ + \Delta y^۲}$ ۷-

$(۰,۰) \rightarrow \frac{|۰+۰-b|}{\sqrt{۱+\frac{۱}{۴}}} = \frac{|b|}{\frac{\sqrt{۵}}{۲}} = \sqrt{۲۰} \Rightarrow |b| = ۲\sqrt{۵} \times \frac{\sqrt{۵}}{۲} = ۵$

$AB = \sqrt{۲۵+۱۰۰} = \sqrt{۱۲۵} = ۵\sqrt{۵}$

۸-

$my - ۴x - ۲m \rightarrow y = \frac{۴}{m}x + ۲$
$y + mx = x + ۲ \rightarrow y = (۱-m)x + ۲$
$\Big\}$ عرض از مبدا یکسان $\Rightarrow$ نقطه برخورد $= (۰,۲)$

$y_B = \frac{۴}{m}x_B + ۲ \xrightarrow{y=۰} \frac{۴}{m}x_B + ۲ = ۰ \Rightarrow x_B = \frac{-m}{۲} \quad y_B = ۰$

$y_C = (۱-m)x_C + ۲ \xrightarrow{y=۰} (۱-m)x_C + ۲ = ۰ \Rightarrow x_C = \frac{۲}{m-۱} \quad y_C = ۰$

$\Rightarrow A(۰,۲) \quad B(\frac{-m}{۲},۰) \quad C(\frac{۲}{m-۱},۰)$

$|x_B - x_C| = \frac{۵}{۲} \Rightarrow \left|\frac{۲}{m-۱} + \frac{m}{۲}\right| = \frac{۵}{۲}$

$\nearrow \frac{m^۲-m+۴}{۲m-۲} = \frac{۵}{۲} \Rightarrow m^۲ - ۶m + ۹ = ۰ \Rightarrow m = ۳$

$\searrow \frac{m^۲-m+۴}{۲m-۲} = -\frac{۵}{۲} \Rightarrow m^۲ + ۴m - ۱ = ۰ \Rightarrow m = -۱$

ضرب $= ۳ \times (-۱) = -۳$

$d_۱: y = ۲x - ۳ \quad d_۲: y = ۲x - c \quad d_۳: y = ۲x - \frac{c+۳}{۲}$ ۹-

$d_۳$ گذر $m \rightarrow -۲ = ۴ - \frac{c+۳}{۲} \Rightarrow c = ۹ \Rightarrow d_۲ = ۲x - ۹$

-۱۰ $m=1 \Rightarrow m_{AA'}=-1 \qquad y-y_A=-1(x-x_A) \Rightarrow y-2=-x+1 \Rightarrow y=-x+3$

d و AA' نقطه برخورد $M \to x+5=-x+3 \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow x=-1, y=4$ که A' ،A وسط M

$$M = \begin{cases} \frac{a+1}{2}=-1 \Rightarrow a=-3 \\ \frac{b+2}{2}=4 \Rightarrow b=6 \end{cases} \to 2b-a = 12-(-3)=15$$

②