

معادله محور متصف خط لنگر از دو نقطه $A(4, -4)$ و $B(1, 1)$

$$m_{AB} = \frac{-4-1}{4-1} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3} \Rightarrow m_{\text{محور متصف}} = \frac{1}{5/3} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{\text{نقطه}} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4} = m_m \quad \frac{-4+1}{4} = -\frac{3}{4} = y_m$$

$$(4, 1) \rightarrow y-1 = \frac{3}{5}(x-4) \Rightarrow y-1 = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5} \Rightarrow y = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5} \quad \text{یا } 5y = 3x + 4$$

نقطه $A(4, 1)$ و $B(-3, 5)$ و $C(-1, 3)$ رأس های مثلث ABC هستند. طول ضلع BC چقدر بیشتر از طول ارتفاع AH است؟ ارتفاع واردار BC (به BC)

$$BC = \sqrt{(1-3)^2 + (-4+1)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} = \omega$$

$$AH \Rightarrow m_{BC} = \frac{5-3}{-3-1} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y-3 = -\frac{1}{2}(x+1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow 2y = -x + 5 \Rightarrow x = 5 - 2y$$

$$A \in BC \rightarrow \frac{|3 + 1 \cdot 2 - 5|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

$$BC - AH = \omega - \frac{1}{\omega} = \frac{\omega^2 - 1}{\omega} = \frac{13 - 1}{\omega} = \frac{12}{\omega}$$

دایره های برو نقطه موازی $ky = ax + 2$ و $ky - x = 5$ مماس می باشد. مساحت این دایره؟

$$ky - ax - 2 = 0 \quad ky - x - 5 = 0$$

فاصله موازی $\rightarrow \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \frac{|-2 + 5|}{\sqrt{1 + k^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow \text{شعاع} = \frac{3}{\sqrt{10}}$

$$\text{مساحت} = \pi r^2 = \pi \times \frac{9}{10} = \frac{9\pi}{10}$$

$A(2, 3)$ و $B(1, 1)$ و $C(-1, -3)$ رأس های یک مثلث هستند. M و H به ترتیب پای میانه و پای ارتفاع واردار بر ضلع AB طول یابید.

$$M = \left(\frac{2+1}{3}, \frac{3+1}{3} \right) = \left(\frac{3}{3}, \frac{4}{3} \right) = (1, \frac{4}{3})$$

$$m_{AB} = \frac{1-3}{1-2} = 2 \Rightarrow y-1 = 2(x-1) \Rightarrow y = 2x-1$$

$$y_H = 2x + b \quad -1 + b = -3 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow y_H = 2x - 2$$

$$-1 + \omega = 2 \Rightarrow \omega = 3 \quad 2m = 5 \quad m = \frac{5}{2} \quad y = \frac{5}{2}x$$

$$MH = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

برای نام m و ω دو خط $(m+1)x - (2m-4)y + 1 = 0$ و $(2m-4)x + (\omega-m)y - 5 = 0$ بر هم محور هستند.

$$\frac{2m-4}{m-\omega} \times \frac{m+1}{2m-4} = -1$$

$$\frac{2m-4}{m-\omega} = -1 \Rightarrow 2m-4 = -m + \omega \Rightarrow \omega = 3m-4$$

$$\frac{2m-4}{m-\omega} = \frac{2m-4}{m-(3m-4)} = \frac{2m-4}{-2m+4} = -1 \Rightarrow 2m-4 = 2m-4$$

می تواند محور باشند زیرا $\Delta < 0$

معادله خط متانگنی به صورت $\begin{cases} AB = m + 2y + 3 \\ AC = y = 2m - 1 \\ BC = m + y = 4 \end{cases}$ نسبت میانگین به ارتفاع AH

$$\begin{cases} (m + 2y - 3 = 0) \times 2 \\ y - 2m + 1 = 0 \end{cases}$$

$$2y = 6 \Rightarrow y = 3, m = 1 \quad A = 1, 1$$

$$2m - 1 = 4 - m \Rightarrow m = \frac{5}{3}, y = \frac{1}{3} \quad C\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$3 - 2y = 4 - y \Rightarrow y = -1, m = 5 \Rightarrow B(5, -1)$$

$$M\left(\frac{10}{3}, \frac{1}{3}\right) \quad AM = \frac{\sqrt{50}}{3} \quad AH = \sqrt{2}$$

$$\frac{AM}{AH} = \frac{5}{3}$$

خطی با شیب $m = -\frac{1}{2}$ محورهای مختصات دارد دو نقطه A و B قطع می‌کند. اگر فاصله مبدأ تا این خط $\sqrt{20}$ باشد فاصله نقاط A و B از یکدیگر چقدر است؟

$$\alpha = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \frac{|0 + 0 - b|}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}}} = \sqrt{20} \quad \frac{x|b|}{\sqrt{a}} = x\sqrt{a} \Rightarrow |b| = 5$$

خط AB با شیب $m = -\frac{1}{2}$ از نقطه $A(0, 2)$ و $B(4, 0)$ می‌گذرد. فاصله A و B چقدر است؟

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x_B = 4, y_B = 0$$

$$AB = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

مساحت مثلثی به بیشین معلوم $my - 4m = 2m$ و $my - 4m = 2m$ حاصل ضرب مقادیر ممکن برای m چقدر است؟

$$y = \frac{6}{m}m + 2 \quad y = (1-m)m + 2 \quad \Rightarrow m = \frac{2}{m-1}, y = 0 \Rightarrow B\left(\frac{2}{m-1}, 0\right)$$

$$\frac{m^2 - m + 4 = 2}{2(m-1)} \Rightarrow m^2 - m + 4 = 2(m-1) \Rightarrow m^2 - 3m + 6 = 0 \Rightarrow m = 3$$

$$\frac{m^2 + m + 4 = -2}{2(m-1)} \Rightarrow m^2 + m + 4 = -2(m-1) \Rightarrow m^2 + 3m + 6 = 0 \Rightarrow m = -1$$

معادله قرینه خط $y = 2x - 3$ نسبت به نقطه $M(2, 2)$ را بیابید.

$$y_3 = 2x + b \quad 2 + b = -3 \Rightarrow b = -5 \quad y_3 = 2x - 5$$

$$\frac{b-3}{2} = -5 \Rightarrow b = -9 \quad y = 2x - 9$$

مختصات قرینه نقطه $A(1, 2)$ نسبت به خط $y = x + 5$ است. $A'(a, b)$ است. a و b را بیابید.

$$\begin{cases} y = a + 5 \\ y = -a + 3 \end{cases} \Rightarrow a + 5 = -a + 3 \Rightarrow a = -1, y = 4$$

$$\frac{a+1}{2} = -1 \Rightarrow a = -3$$

$$\frac{b+2}{2} = 4 \Rightarrow b = 6$$

$$2b - a = 12 - (-3) = 15$$