حداکثر یا حداقل $\min, \max = \frac{-\Delta}{4a}$ $\max = \frac{-(b^2+12)}{-4} = \frac{b^2+12}{4} = 7$

(1) $b^2+12=21 \rightarrow b^2=9 \rightarrow \boxed{b=\pm 3}$

(2) الف) $f(x)=x^4+2x^2+3x+4 \xrightarrow{x^2=t} t^2+2t+3=0$ معادله جواب ندارد $\Delta<0$

ب) $f(x)=(4-x^2)^2-2(4-x^2)-15 \quad (4-x^2)=y$

$y^2-2y-15=0 \quad (y-5)(y+3)=0 \quad \begin{matrix} y=5 \\ y=-3 \end{matrix}$

$y=5 \rightarrow -x^2+4=5 \rightarrow -x^2=1 \rightarrow x^2=-1$ جواب ندارد

$y=-3 \rightarrow -x^2+4=-3 \rightarrow -x^2=-7 \rightarrow x^2=7 \rightarrow \boxed{x=\pm\sqrt{7}}$

(3) $\begin{matrix} \alpha \\ \beta=\alpha+2 \end{matrix}\Big\} \alpha+\beta=\alpha+\alpha+2=2\alpha+2=4 \rightarrow 2\alpha=2 \rightarrow \alpha=1$

$\beta=\alpha+2 \rightarrow \beta=3$

$\alpha\beta=3 \rightarrow \frac{m}{3}=3 \Rightarrow m=12$

(4) $2\alpha=4+\beta \Rightarrow \alpha=\frac{4+\beta}{2}$

$\alpha+\beta=2 \rightarrow \beta+\frac{4+\beta}{2}=\frac{3+\beta m}{2}=1 \Rightarrow 3\beta+4=4 \Rightarrow \beta=0$

$\alpha+\beta=2 \rightarrow \alpha=2 \rightarrow \alpha=1$

$\alpha\beta=0 \rightarrow \frac{m-1}{3}=0 \rightarrow \boxed{m=1}$

۵) ۲ ریشه معکوس هم ← $\alpha\beta=۱$

$$\frac{m^۲-۲}{-m}=۱ \Rightarrow m^۲-۲=-m \rightarrow m^۲+m-۲=۰ \rightarrow m=-۲ , ۱$$

$$\Delta>۰ \rightarrow ۱۶+۴(m)(m^۲-۲)>۰ \rightarrow ۱۶+۴m^۳-۸m>۰$$

$$\Rightarrow ۴m^۳-۸m+۱۶>۰ \xrightarrow{\div ۴} m^۳-۲m+۴>۰$$

$$\xrightarrow{m=۱} ۱-۲+۴>۰ \checkmark \quad \rightarrow m=-۲ \rightarrow -۸+۴+۴=۰ \text{ غ ق ق}$$

$$\Rightarrow \boxed{m=۱}$$

$\alpha\beta=۳$ و $\alpha\beta^۲=۴$

۶)

$$\frac{\alpha\beta^۲}{\alpha\beta}=\beta=\frac{۴}{۳} \rightarrow \alpha\beta=۳ \rightarrow \frac{۴}{۳}\alpha=۳ \rightarrow \alpha=۳\times\frac{۳}{۴}=\frac{۹}{۴}$$

$$\alpha+\beta=\frac{۹}{۴}+\frac{۴}{۳}=\frac{۲۷+۱۶}{۱۲}=\frac{۴۳}{۱۲} \rightarrow m=\boxed{+\frac{۴۳}{۱۲}}$$

۷)

$$\alpha,\ \beta=۳\alpha \quad \begin{cases} \alpha+\beta=۴ \rightarrow \alpha+۳\alpha=۴ \rightarrow ۴\alpha=۴ \rightarrow \boxed{\alpha=۱} \\ \beta=۳\alpha \rightarrow \beta=۳ \end{cases}$$

$$m=\alpha\beta=۱\times۳=\boxed{۳}$$

۸)

$$\alpha\beta=۲ \rightarrow \beta=\frac{۲}{\alpha} \xrightarrow{\text{توان } ۳} \beta^۳=\frac{۸}{\alpha^۳}$$

$$\rightarrow \alpha^۳+\frac{۸}{\alpha^۳}=\alpha^۳+\beta^۳=S^۳-۳SP=۴۹\times۷-۳\times۷\times۲$$

$$=۷(\underbrace{۴۹-۶}_{۴۳})=\boxed{۳۰۱}$$

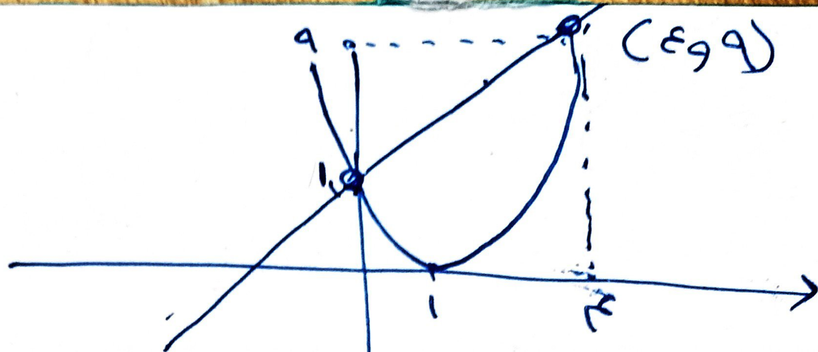
۹)

ارتفاع max $\rightarrow h(t)=-۱۰t^۲+۵۰t \rightarrow \frac{-b}{۲a}=\frac{-۵۰}{-۲۰}=\frac{۵}{۲}$

$$-۱۰\left(\frac{۵}{۲}\right)^۲+۵۰\left(\frac{۵}{۲}\right)=\frac{-۲۵۰}{۴}+\frac{۲۵۰}{۲}=\frac{۲۵۰}{۴}=\boxed{۶۲/۵}$$

$$-۱۰t^۲+۵۰t=۰ \quad t(-۱۰t+۵۰)=۰ \quad t=۰ \text{ غ ق ق} ,\ \boxed{۵=t}$$

۱۰

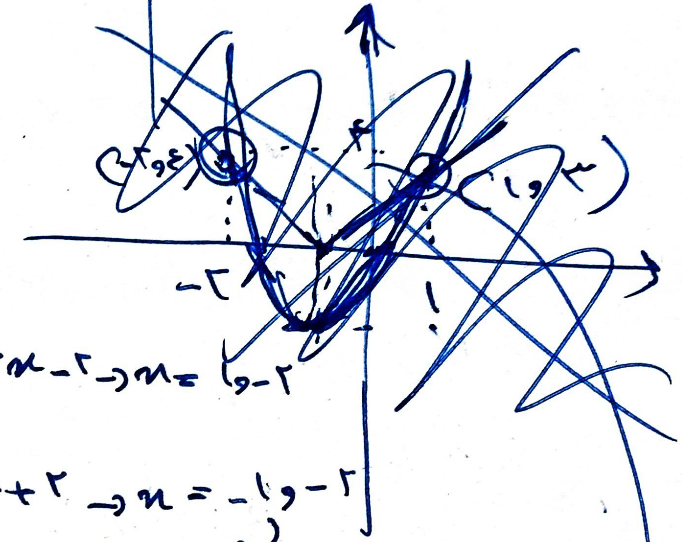


الف) $(x-1)^2 = 2x + 1$

۲ برخورد ← ۲ ریشه

$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$

$x^2 - 4x = 0 \quad x(x-4) = 0$



ب) $x^2 + 4x = |x+2|$

$x \geq -2$

$x^2 + 2x = |x+2|$ ② ریشه

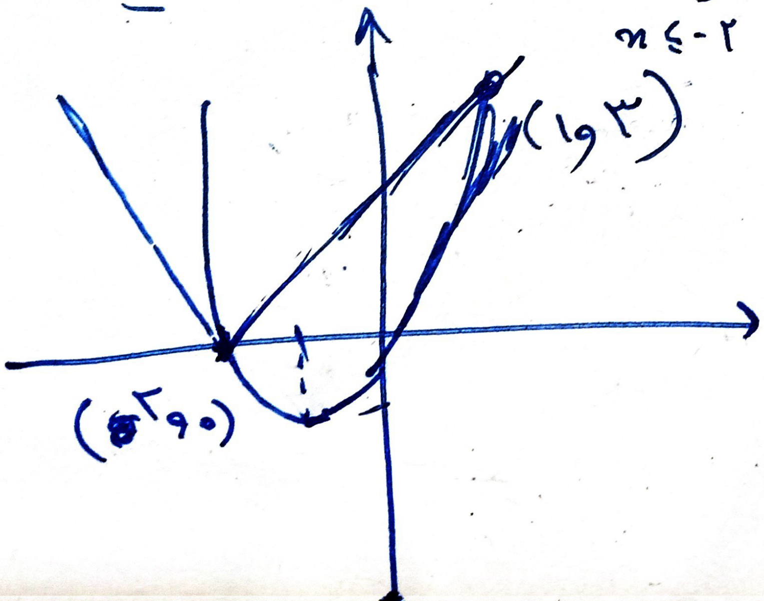
→ $x^2 + 3x - 2 \to x = 1$ و -2

→ $x^2 + 3x + 2 \to x = -1$ و -2

$x \leq -2$

≠ شرط

غ ق ق



شکل