۲۰

نام و نام خانوادگی ...ماهان بابشتیک...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۳... کلاس ...یازدهم تجربی B......

۱

$y=(a-1)x^2+x+3=0$

مقدار مثبت؟ $\longrightarrow x=2$

سر x ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

$\Rightarrow x_S=\frac{-b}{2a}=2 \longrightarrow \frac{-1}{2a-2}=2 \Rightarrow 4a-4=-1 \Rightarrow 4a=3 \Rightarrow a=\frac{3}{4}$

$y=-\frac{1}{4}x^2+x+3=0$

ریشه‌ها $\longrightarrow \frac{-1\pm\sqrt{1+4\times\frac{1}{4}\times 3}}{2\times-\frac{1}{4}}$

$\longrightarrow \frac{-1+2}{-\frac{1}{2}}=-2$

$\longrightarrow \frac{-3}{-\frac{1}{2}}$ $\boxed{=+6}$

۲

۲

$f(x)=mx^2-5x+m$ حدود m؟

x		x_1		x_2	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

وقتی جدول تعیین علامت $\longrightarrow m<0$ ①

بدین شکل است یعنی شکل

سهمی چنین شکلی داشته ←

معادله دارای ۲ ریشه است ⇐ $\Delta>0$ ③

$25-4\times m\times m>0$

$25-4m^2>0$

$4m^2<25 \Rightarrow m^2<\frac{25}{4} \Rightarrow$ $m<\frac{5}{2}$ ، $m>-\frac{5}{2}$ ②

$① \cap ② \cap ③ \Rightarrow \boxed{-\frac{5}{2}<m<0}$

۲

۳

$\frac{3-\sqrt{5}}{3}\ ,\ \frac{3+\sqrt{5}}{3}$

$y=x^2-Sx+P$

$S=\frac{3-\sqrt{5}}{3}+\frac{3+\sqrt{5}}{3}=2$

$P=\left(\frac{3-\sqrt{5}}{3}\right)\left(\frac{3+\sqrt{5}}{3}\right)=\frac{9-5}{9}=\frac{4}{9}$

$\Rightarrow y=x^2-2x+\frac{4}{9} \xrightarrow{\text{ضرب صحیح}} \times 9$

$\boxed{9y=9x^2-18x+4}$

۲

۴

$y=2x^2-8x+m+2=0$ $\quad \alpha<\beta \quad 3\alpha^2+\beta^2=12 \quad m=?$

$S=\frac{8}{2}=4 \Rightarrow \alpha+\beta=4 \Rightarrow \beta=4-\alpha$

$3\alpha^2+(4-\alpha)^2=12 \Rightarrow 3\alpha^2+16+\alpha^2-8\alpha-12=0$

$4\alpha^2-8\alpha+4=0$

$\alpha^2-2\alpha+1=0$

$(\alpha-1)^2=1 \Rightarrow \alpha=1$

if $\alpha=1 \Rightarrow \beta=4-1=3$

$2x^2-8x+m+2=0$

$P=\frac{c}{a}=\alpha.\beta \Rightarrow \frac{m+2}{2}=3\times 1 \Rightarrow \boxed{m=6-2=4}$

۲

۵

$S \left| \begin{array}{l} x_S=2 \\ y_S=9 \end{array} \right.$

عرض از مبدأ ← ۵
(c)

$y=ax^2+bx+c$

در کدام بازه سهمی بالای محور x؟

$x_S=\frac{-b}{2a}=2 \Rightarrow b=-4a$

$c=5$

$\longrightarrow ax^2-4ax+5 \xrightarrow{\begin{smallmatrix}2\\9\end{smallmatrix}} 4a-8a+5=9$

$-4a=4 \Rightarrow a=-1$

$y=-x^2+4x+5 \Rightarrow$ ریشه‌ها -1 و 5

	-1		5	
$-$		$+$		$-$

در بازه $\boxed{(-1,5)}$ بالای محور ها

۲

۶

$\alpha x^۲ - ۷x + ۹\beta = ۰$ $\beta > ۰$ $\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = ?$

if $x=\alpha \Rightarrow \alpha^۳ - ۷\alpha + ۹\beta = ۰$

if $x=\beta \rightarrow \alpha\beta^۲ - ۷\beta + ۹\beta = ۰ \Rightarrow \alpha\beta^۲ + ۲\beta = ۰ \rightarrow \beta(\alpha\beta + ۲) = ۰ \xrightarrow{\beta \neq ۰} \alpha\beta = -۲$

$P = \frac{c}{a} = \frac{۹\beta}{\alpha} = -۲ \Rightarrow ۹\beta = -۲\alpha \Rightarrow \alpha^۳ - ۷\alpha + ۹\beta = ۰ \xrightarrow{۹\beta = -۲\alpha} \alpha^۳ - ۹\alpha = ۰$

$\alpha(\alpha^۲ - ۹) \Rightarrow \alpha = ۰$ یا ۳ یا -۳

$۹\beta = -۲\alpha \xrightarrow{\beta > ۰ , \beta \neq ۰} \alpha < ۰ \Rightarrow \alpha = -۳$ $\alpha\beta = -۲ \xrightarrow{\alpha = -۳} \beta = \frac{۲}{۳}$

$\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{\frac{۲}{۳} - ۳}{-۲} = \frac{\frac{۲-۹}{۳}}{-۲} = \frac{-۷}{-۶} = \boxed{\frac{۷}{۶}}$

۵

۷

$x^۲ + mx - ۲m = ۰$ $\alpha^۲ - m\beta = ۸$

$S = -m$

$P = -۲m$

⊖ $\alpha^۲ + m\alpha - ۲m = ۰$

$\overset{-}{\beta^۲} \overset{-}{+} m\beta + ۲m = ۰$

$\alpha^۲ - \beta^۲ + m\alpha - m\beta = ۰$

$۸ - \beta^۲ + m\alpha = ۰ \rightarrow \beta^۲ - m\alpha = ۸$

⊕ $\alpha^۲ - m\beta = ۸$

$\alpha^۲ + \beta^۲ - m(\alpha + \beta) = ۱۶$

$S^۲ - ۲P - m(S) = ۱۶$

$m^۲ + ۴m + m^۲ - ۱۶ = ۰$

$۲m^۲ + ۴m - ۱۶ = ۰$

$m^۲ + ۲m - ۸ = ۰ \longrightarrow m = -۴$ یا $+۲$

if $m = -۴ \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۸ = ۰$

if $m = ۲ \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۴ = ۰$

$\Delta < ۰$

$\boxed{m = ۲}$

if $m = ۲ \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۴$

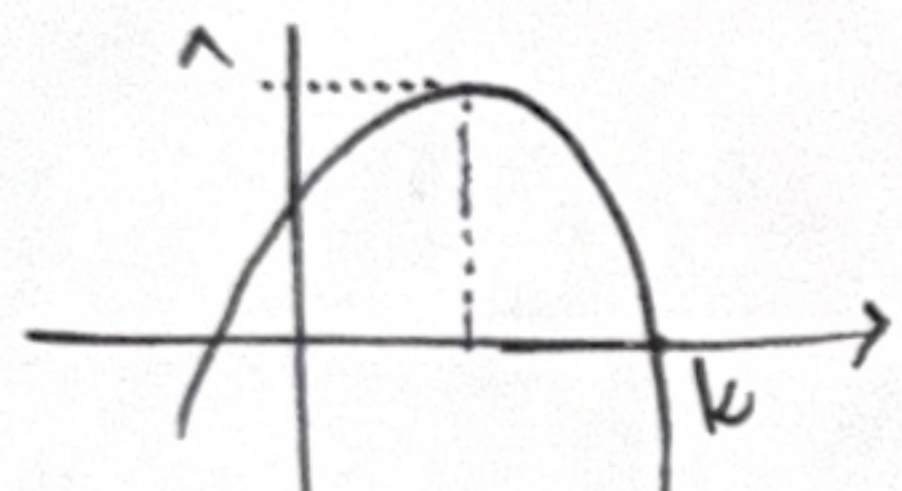
$\downarrow S$

$\boxed{-۲}$

۵

۸

$f(x) = mx^۲ + ۴x + \frac{m}{۲} + ۷$ $k = ?$



$y_S = ۸$

$x_S = \frac{-۴}{۲ \times m} = \frac{-۲}{m} \Rightarrow y_S = \frac{m \times ۴}{m^۲} - \frac{۸}{m} + \frac{m}{۲} + ۷ = ۰ \rightarrow \frac{۸ - ۱۶ + m^۲ + ۱۴m}{۲m} = ۸$

$m^۲ + ۱۴m - ۸ = ۱۶m$

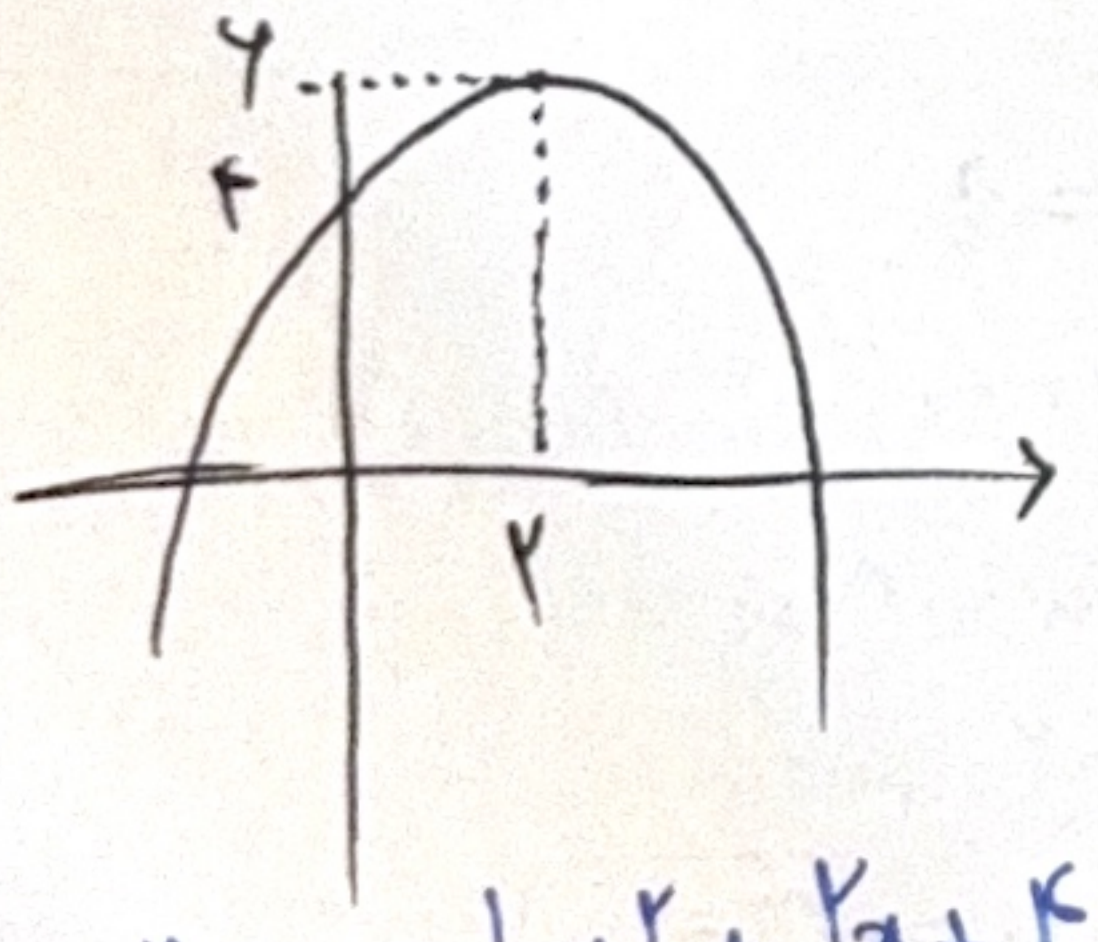
$m^۲ - ۲m - ۸ = ۰ \Rightarrow m = ۴$ یا -۲

$x_S > ۰ \Rightarrow \frac{-۲}{m} > ۰ \Rightarrow m < ۰ \Rightarrow \underline{m = -۲}$

$y = -۲x^۲ + ۴x - ۱ + ۷ \Rightarrow f(x) = -۲x^۲ + ۴x + ۶ = ۰$ ریشه‌ها: ۱) -۱ ۲) ۳ k ریشه‌ی مثبت است پس $\boxed{k = ۳}$

۵

۹



$x_S = ۲ \Rightarrow \frac{-b}{۲a} = ۲ \Rightarrow b = -۴a$ $y = ax^۲ + bx + c$

$y_S = ۶$

$c = ۴$

$y = ax^۲ - ۴ax + ۴$

$\downarrow \begin{vmatrix} ۲ \\ ۶ \end{vmatrix}$

$۴a - ۸a + ۴ = ۶ \Rightarrow -۴a = ۲ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲}$

$y = -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + ۴ \longrightarrow \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} \rightarrow \frac{۴}{-۸} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$

۵

۱۰

$x^۲ - (۴a + ۴)x + (۳a^۲ + ۶a + ۳) = ۰$

if $x = ۲ \Rightarrow ۴ - ۲(۴a + ۴) + ۳a^۲ + ۶a + ۳ = ۰ \rightarrow ۴ - ۸a - ۸ + ۳a^۲ + ۶a + ۳ = ۰ \Rightarrow ۳a^۲ - ۲a - ۱ = ۰$

$a = ۱$ یا $a = -\frac{۱}{۳}$

if $a = ۱ \Rightarrow x^۲ - ۸x + ۱۲ \longrightarrow x = ۲$ یا $\boxed{x = ۶}$ $(x-۶)(x-۲) = x^۲ - ۸x + ۱۲$

if $a = -\frac{۱}{۳} \rightarrow x^۲ - \frac{۸}{۳}x + \frac{۴}{۳} = ۰ \Rightarrow \Delta = \frac{۶۴}{۹} - \frac{۱۶}{۳} = \frac{۱۶}{۹}$

$x = \frac{\frac{۸}{۳} \pm \frac{۴}{۳}}{۲} \Rightarrow ۲\cancel{\frac{۶}{۳}}$ یا $\boxed{\frac{۲}{۳}}$

۵