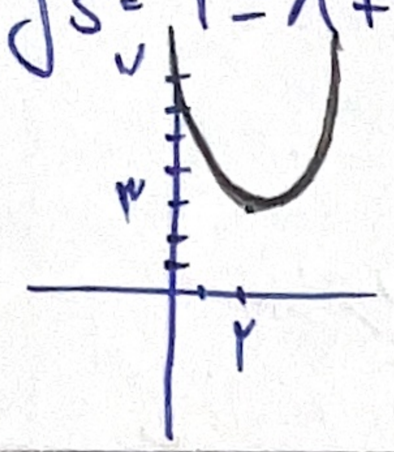
۲۰

نام و نام خانوادگی ......مارال بابائیان...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۲.... کلاس یازدهم دختر B......

۱

الف) $y = x^2 - 4x + 7$

$S \begin{cases} x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ y_S = 4 - 8 + 7 = 3 \end{cases}$

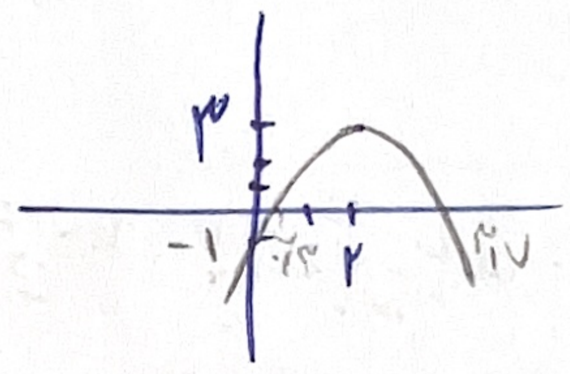


ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

$S \begin{cases} x_S = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-4}{2\times -1} = 2 \\ y_S = -4 + 8 - 1 = 3 \end{cases}$

ریشه‌ها: $\frac{-4 \pm \sqrt{16-4}}{-2}$ ، $2\sqrt{3}$

$2 \pm \sqrt{3} \simeq 3/7 , 0/3$



۲

$2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

الف) دارای ۲ ریشه متمایز: $\Delta > 0 \Rightarrow m^2 + 1 + 2m - 8(\frac{1}{2}m + 2) = 0$

$\Delta = m^2 + 1 + 2m - 4m - 16 = 0$

$\Delta = m^2 - 2m - 15 \rightarrow m^2 - 2m - 15 > 0$

$(m-5)(m+3)$ ، -3 ، 5 : $+ \quad - \quad +$

$m \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

ب) یک ریشه مضاعف: $\Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0$

$m \in \{-3, 5\}$

ج) فاقد ریشه حقیقی: $\Delta < 0$

$m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow m \in (-3, 5)$

د) دارای ریشه: $\Delta \geq 0$

$m^2 - 2m - 15 \geq 0$ ، $m \in [-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

۳

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10 = 0$

الف) محور x ها را در دو نقطه با طول‌های مثبت قطع کند.

$P > 0$ ، $S < 0$ ، $\Delta > 0$

$\Delta = (-2m-2)^2 - 40(m-2) > 0$

$4m^2 + 4 + 8m - 40m + 80 \Rightarrow 4m^2 - 32m + 84 > 0 \xrightarrow{\div 4} m^2 - 8m + 21 > 0$ همواره برقرار

$S = \frac{2m+2}{m-2} < 0 \Rightarrow m \in (-1, 2)$ ، $P > 0 \Rightarrow \frac{10}{m-2} > 0 \Rightarrow m > 2$ ، $m \in (-1,2) \cap m > 2 = \emptyset$

ب) دو ریشه مختلف العلامت که قدر مطلق ریشه منفی بیشتر باشد.

$P = \frac{c}{a} < 0$ ، $\frac{10}{m-2} < 0 \Rightarrow m < 2$ ①

$S < 0 \rightarrow \frac{-b}{a} < 0$ ، $\frac{2m+2}{m-2} < 0 \Rightarrow$ -1 ، 2 : $+ \quad - \quad +$ $\Rightarrow m \in (-1, 2)$ ②

$① \cap ② \Rightarrow \boxed{m \in (-1, 2)}$

۴

الف) سهمی از هر ۴ ناحیه بگذرد.

$\Delta > 0 , P < 0$ دو ریشه با علامت مخالف

$\Delta \rightarrow 4m^2 + 4 + 8m - 40m + 80$ در نهایت $m^2 - 8m + 21 > 0 \longrightarrow$ همواره برقرار است

$P < 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \Rightarrow \boxed{m < 2}$

ب) محور تقارن $x = -2$ باشد

$x_S = \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{2m+2}{2m-4} = -2 \Rightarrow \frac{\cancel{2}(m+1)}{\cancel{2}(m-2)} = -2 \Rightarrow m + 1 = -2m + 4$

$3m = 3 \Rightarrow \boxed{m = 1}$

۵

$\frac{2x^2}{3} - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{2} = 0 \longrightarrow$ دارای ریشه حقیقی است. مقدار این ریشه با شرط ثابت بودنش؟

$\Delta \geq 0 \Rightarrow 4\sin^2\alpha - 4 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \Rightarrow 4\sin^2\alpha - 4 \geq 0 \Rightarrow 4(\sin^2\alpha - 1) \geq 0 \Rightarrow \sin^2\alpha \geq 1$

if $\sin^2\alpha \geq 1 \Rightarrow -1 \geq \sin\alpha \geq 1 \longrightarrow \sin\alpha = \pm 1$ در صورتی که $\sin^2\alpha \geq 1$ می‌باشد

if $\sin\alpha = 1 \Rightarrow \frac{2}{3}x^2 - (2\times 1)x + \frac{3}{2} = \frac{2x^2}{3} - 2x + \frac{3}{2} = 0$ ، $\Delta = 4 - 4 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 0$ ، $x = \frac{2 \pm 0}{2 \times \frac{2}{3}} = \frac{2}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2}$

if $\sin\alpha = -1 \Rightarrow \frac{2}{3}x^2 - (2\times -1)x + \frac{3}{2} = \frac{2}{3}x^2 + 2x + \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 0}{\frac{4}{3}} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$

۶

$$y=\frac{(3x^2-2x-1)(2x^2-3x-5)}{1-x^2} \rightarrow \frac{(3x+1)\cancel{(x-1)}(2x-5)\cancel{(x+1)}}{\cancel{(1-x)}\cancel{(1+x)}} = \cdot$$

هم ریشه ها

تعیین علامت صفر

$$\begin{array}{r|l} 3x^2-2x-1 & x-1 \\ \hline -3x^2+3x & 3x+1 \\ \hline x-1 & \\ -x+1 & \\ \hline 0 & \end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l} 2x^2-3x-5 & x+1 \\ \hline -2x^2-2x & 2x-5 \\ \hline -5x-5 & \\ +5x+5 & \\ \hline & \end{array}$$

$$-6x^2+15x-2x+5$$
$$-6x^2+13x+5=0$$
$$Max \rightarrow \frac{\Delta}{-4a} = \frac{169+120}{4\times 6} = \frac{289}{24}$$

۲

۷

سه برابر مجموع ریشه ها از ۵ برابر حاصل ضرب ریشه ها، ۷ واحد بیشتر باشد.

مجموع مربعات ریشه ها

$$mx^2-(m+2)x-2=0$$
$$3S=5P+7$$
$$S=\frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{m+2}{m}$$
$$P=\frac{-2}{m}$$
$$3\left(\frac{m+2}{m}\right)=\left(5\times\frac{-2}{m}\right)+7$$
$$\frac{3m+6}{m}=\frac{-10}{m}+7 \rightarrow 3+\frac{6}{m}+\frac{10}{m}=7 \rightarrow \frac{6}{m}+\frac{10}{m}=4$$
$$\frac{16}{m}=4 \Rightarrow m=4 \Rightarrow 4x^2-6x-2=0 \rightarrow \alpha^2+\beta^2=S^2-2P=\left(\frac{6}{4}\right)^2+\frac{2\times 2}{4}=$$
$$\frac{9}{4}+1=\frac{13}{4}$$

۲

۸

α و β ریشه های

$$x^2-5x+2=0$$
$$S=5,\quad P=2$$
$$\frac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}=?$$

$$\begin{cases} \dfrac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}=A \\[2ex] \dfrac{4\beta+\alpha^5}{5\alpha^2}=A \end{cases}$$

$$\frac{4\alpha}{5\beta^2}+\frac{\beta^3}{5}+\frac{4\beta}{5\alpha^2}+\frac{\alpha^3}{5}=2A \Rightarrow \frac{4(\alpha^3+\beta^3)}{5\alpha^2\beta^2}+\frac{\alpha^3+\beta^3}{5}=2A$$
$$\rightarrow \frac{4(125-3\times 2\times 5)}{5\times 4}+\frac{(125-30)}{5}=2A$$
$$95 \quad 19 \qquad 95 \quad 19$$
$$2A=2\times 19 \Rightarrow A=19$$

۲

۹

فقط y_1 و y_2 را در نقطه ها به طول ۲ و ۳- قطع و محور عرض ها را در ۴+ قطع می کند. محور تقارن سهمی؟

$$y_1=ax^2+bx+c \qquad y_2=2x+10$$
$$y_2=2x+10 \xrightarrow{if\ x=2} y=14$$
$$if\ x=-3 \quad y=4$$

$$\begin{array}{c|c} 2 & -3 \\ 14 & 4 \end{array}$$

$$ax^2+bx+4=0 \xrightarrow{if\ x=2} 4a+2b+c=14 \rightarrow 2(2a+b)=10 \Rightarrow 2a+b=5$$
$$if\ x=-3 \quad 9a-3b+c=4 \rightarrow 9a-3b=0 \qquad 9a-3b=0,\ 3(3a-b)=0$$
$$5a=5,\quad a=1$$
$$2a+b=5 \xrightarrow{a=1} b=3$$
$$x^2+3x+4 \longrightarrow x_S=\frac{-b}{2a} \Rightarrow -\frac{3}{2}$$

۲

۱۰

m = ? تا بر سهمی نیمساز ناحیه اول مماس باشد.

$$y=2x^2+(m+1)x+m+6$$
$$y=x$$
$$2x^2+(m+1)x+m+6-x=0 \xrightarrow{\text{مماس}} \Delta=0$$
$$2x^2+x(m+1-1)x+m+6=0$$
$$m^2-8(m+6)=m^2-8m-48=0$$
$$(m-12)(m+4)=0 \rightarrow m=-4 \text{ یا } m=12$$

$$if\ m=12 \Rightarrow 2x^2+13x-x+18$$
$$2x^2+12x+18$$
$$if\ m=-4 \rightarrow 2x^2-4x+2$$

$m\neq 12 \rightarrow$ چون ناحیه اول!

نمی تواند مماس بر نیمساز باشد.

$$\boxed{m=-4}$$

۲