پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۲ .... کلاس .... شارینا جعفری .....

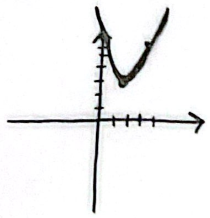
۱) نمودار

الف) $y = x^2 - 4x + 7$ $\quad a>0 \to min$

$ext \begin{cases} x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ y_s = 4 - 8 + 7 = 3 \end{cases}$

$x = 4 \to y = 7$

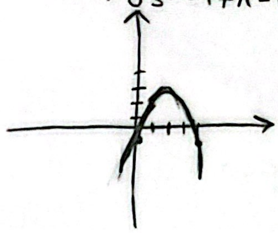
$x = 0 \quad y = 7$



ب) $-x^2 + 4x - 1$ $\quad a<0 \to max$

$ext \begin{cases} x_s = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y_s = -4 + 8 - 1 = 3 \end{cases}$

$x = 4 \to -16+16-1$



۲)

$2x^2 - (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

الف) دو ریشه حقیقی متمایز

$\Delta > 0 \quad (m+1)^2 - 8(\frac{1}{2}m + 2)$

$m^2 + 1 + 2m - 4m - 16$

$m^2 - 2m - 15 > 0$

$(m-5)(m+3) > 0$ $\quad$ $\begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\quad (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

ب) یک ریشه مضاعف

$\Delta = 0$

$m^2 - 2m - 15 = 0$

$(m-5)(m+3) = 0$

$m = 5 \quad m = -3$

ج) ریشه حقیقی نداشته باشد

$\Delta < 0$

$m^2 - 2m - 15 < 0$

$(m-5)(m+3) < 0$ $\quad$ $\begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\quad (-3, 5)$

د) ریشه داشته باشد

$\Delta \geq 0$

$m^2 - 2m - 15 \geq 0$

$\begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\quad (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

۳)

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10 \qquad S<0 \quad P>0 \quad \Delta>0$

الف) در دو نقطه به طول‌های منفی قطع کند.

$\Delta > 0 \to (-2m-2)^2 - 40(m-2) = 4m^2 + 4 + 8m - 40m + 80 = 4m^2 - 32m + 84 > 0$

$\xrightarrow{\div 4} m^2 - 8m + 21 > 0 \to$ همواره برقرار $\quad \Delta < 0$

$S<0 \quad \frac{2m+2}{m-2} < 0 \quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow m \in (-1, 2) \; (1)$

$P>0 \quad \frac{10}{m-2} \quad \begin{array}{ccc} & 2 & \\ - & | & + \end{array} \to m \in (2, +\infty) \; (2)$

$(1), (2) \xrightarrow{\cap} \varnothing$

ب) دو ریشه مختلف العلامت که قدر مطلق ریشه منفی بزرگتر از قدر مطلق ریشه مثبت است.

$|\alpha| > |\beta| \qquad \Delta > 0 \qquad P < 0 \qquad S < 0$

$\Delta > 0 \xrightarrow{\text{طبق قبلی}}$ همواره برقرار

$P<0 \quad \frac{10}{m-2} \to m<2 \; (1)$

$S<0 \xrightarrow{\text{طبق قبلی}} m \in (-1, 2) \quad (2)$

$(1), (2) \xrightarrow{\cap} m \in (-1, 2)$

۴)

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$

الف) از هر ۴ ناحیه عبور

$\Delta > 0 \quad P < 0$

$(-2m-2)^2 - \underbrace{4(m-2)(10)}_{10m-20} = 4m^2 + 4 + 8m - 40m + 80 > 0 \qquad m^2 - 8m + 21 > 0 \xrightarrow{\Delta<0}$ همواره برقرار است

$P<0 \quad \frac{10}{m-2} < 0 \qquad \boxed{m<2}$

ب) محور تقارن $x = -2$

$\frac{-b}{2a} = -2 \qquad \frac{2(m+1)}{2m-4} = -2 \qquad 2m+2 =$

$\frac{2m+2}{2m-4} = \frac{m+1}{m-2} = -2 \Rightarrow -2m + 4 = m + 1$

$3m = 3 \Rightarrow \boxed{m = 1}$

۵) دارای ریشه حقیقی و مقدار ریشه با شرط مثبت بودن

$\frac{2x^2}{3} - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{2} = 0$

$\frac{2}{3}x^2 - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{2} = 0$

$\Delta \geq 0 \qquad 4\sin^2\alpha - 4(\frac{2}{3})(\frac{3}{2}) = 4\sin^2\alpha - 4 \geq 0$

$4\sin^2\alpha \geq 4 \qquad \sin^2\alpha \geq 1 \qquad \sin^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \pm 1$

$\xrightarrow{\sin\alpha = 1} \frac{2}{3}x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0 \qquad \Delta = 4 - 4 = 0 \to x = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2}$

$\xrightarrow{\sin\alpha = -1} \frac{2}{3}x^2 + 2x + \frac{3}{2} = 0 \qquad \Delta = 4 - 4 = 0 \to x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{\frac{4}{3}} = \frac{-3}{2} \to$ غ ق ق

$3x^2-2x-1 \;|\; x-1$ ، $-3x^2+3x \;|\; 3x+1$ ، $x-1$ ، $-x+1$ ، 0 ← جمع ضرایب ۰

$2x^2-3x-5 \;|\; 2x-5$ ، $-2x^2-2x$ ، $-5x-5$ ، $-5x+5$ ، 0

max

$$y=\frac{(3x^2-2x-1)(2x^2-3x-5)}{1-x^2}=\frac{-1\cancel{(x-1)}(3x+1)(2x-5)\cancel{(x+1)}}{\cancel{(1-x)(1+x)}}$$

$$=-6x^2+13x+5$$

$$\max \xrightarrow{\frac{\Delta}{4a}} \frac{-b^2+4ac}{4a}=\frac{-169-120}{-24}=\boxed{\frac{289}{24}}$$ ۶

$mx^2-(m+2)x-2=0$ $\qquad 3(\alpha+\beta)=5(\alpha\beta)+7$ $\qquad \alpha^2+\beta^2=?$

$S=\frac{(m+2)}{m}$ $\qquad 3\left(\frac{m+2}{m}\right)=5\left(\frac{-2}{m}\right)+7$ $\qquad \alpha^2+\beta^2=S^2-2P$

$P=\frac{-2}{m}$ $\qquad \frac{3m+6}{m}=\frac{-10}{m}+7$ $\qquad \left(\frac{6}{4}\right)^2-2\left(\frac{-2}{4}\right)$

$\frac{3m+6}{\cancel{m}}=\frac{-10+7m}{\cancel{m}}$ $\qquad 4x^2-6x-2=0$ $\qquad \left(\frac{3}{2}\right)^2+1$

$3m+6=7m-10$ $\qquad 4m=16$ $\qquad m=4$ $\qquad \frac{9}{4}+\frac{4}{4}=\boxed{\frac{13}{4}}$ ۷

$x^2-5x+2=0$ $\qquad \frac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}$

$\alpha+\beta=5$ $\qquad \alpha=5-\beta$

$\alpha\beta=2$

$\beta^2=5\beta-2 \xrightarrow{\times 5} 5\beta^2=25\beta-10$

$\beta^4=(5\beta-2)^2 \Rightarrow \beta^4=25\underbrace{\beta^2}_{5\beta-2}+4-20\beta \Rightarrow 125\beta-50+4-20\beta=105\beta-46 \xrightarrow{\times\beta} \beta^5=105\underbrace{\beta^2}_{5\beta-2}-46\beta \Rightarrow 525\beta-210-46\beta=479\beta-210=\beta^5$ ۸

$$\frac{4(5-\beta)+479\beta-210}{5(5\beta-2)}=\frac{20-4\beta+479\beta-210}{25\beta-10}=\frac{475\beta-190}{25\beta-10}=\frac{19\cancel{(25\beta-10)}}{\cancel{25\beta-10}}=19$$

$y_1=ax^2+bx+c$ $\qquad y_2=2x+10$ $\qquad$ تقاطع دو $\Rightarrow x=2$ و -3 $\qquad$ محور عرض‌ها $\Rightarrow y=4$ $\qquad x_S=?$

$(0,4)\Rightarrow c=4$

$\hookrightarrow ax^2+bx+4$ $\qquad \hookrightarrow 2(2)+10=14$ ، $2(-3)+10=4$

$4a+2b+4=14$ $\qquad \begin{cases}2a+\cancel{b}=5\\3a-\cancel{b}=0\end{cases}$ $\qquad x=\frac{-b}{2a}=\boxed{\frac{-3}{2}}$ ۹

$9a-3b+4=4$ $\qquad 5a=5$

$a=1$ $\quad b=3$

$y=2x^2+(m+1)x+m+6$ $\qquad$ نیمساز ناحیه اول مماس

$x=2x^2+(m+1)x+m+6$

$2x^2+mx+m+6=0$

$\Delta=0 \qquad m^2-4(2)(m+6)=m^2-8m-48=0$ ۱۰

$(m-12)(m+4)=0$

$\hookrightarrow \boxed{m=12}$ و $\boxed{m=-4}$