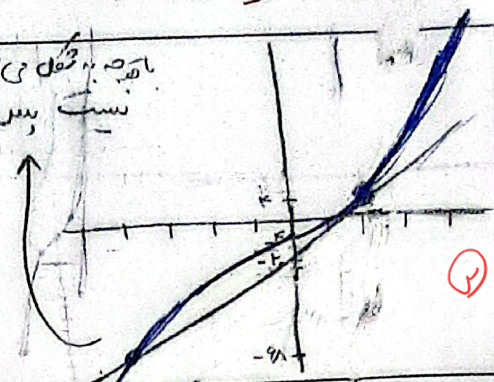


نام و نام خانوادگی پاسنامه تشریحی تکلیف شماره کلاس از هم رفته B

$f(n) = \begin{cases} n^3 - 4 & ; n > a \\ 12n - 20 & ; n \leq a \end{cases}$

$a \geq -4$ ← نیست پس



$n^3 - 4 = 12n - 20$
 $n^3 - 12n + 16 = 0 \rightarrow (n^3 + 12n - 4n^2 - 1) - 22n + 16 + 4n^2$
 $(n-2)^3 + 4(n^2 - 2n + 1) = (n-2)^3 + 4(n-2)^2$
 $= (n-2)^2(n-2+4) = (n-2)^2(n+2) < -4$

$f(n) = 3n + K$ $f^{-1}(v) = 3 - \text{پس از دایع}$ $f(f(n)) \Rightarrow \psi(\psi n - 1) - 1$
 الف) $f(v) \Rightarrow f(n) = 3n - 1$ $n = 4 = f(n)$
 $f(v) = 21 - 1 = 20$ $\Rightarrow 9n - 30 = 10 \Rightarrow 9n - 8$

$3 \times 4 + K = 2$
 $K = -10$
 $f(n) = 3n - 1$

$f(n) = \frac{an}{n-1}$ $A(a, a)$ در (a, a) روی تابع است
 و چون تابع است
 پس نقطه (a, a) در
 خود تابع است

$va = \frac{a \times a}{a-1} = va = \frac{a^2}{a-1}$

$va^2 - va = a^2$
 $a^2 - va > 0 \Rightarrow a(a-2) > 0$

الف) $f \circ f^{-1}$ ابتدا f^{-1} را بیابیم
 $f^{-1} = \{(a, 3), (v, 4), (x, v), (y, 1)\}$

$f \circ f^{-1} = \{(a, a), (v, v), (x, x), (y, y)\}$ $f \circ g^{-1}$
 $g^{-1} = \{(1, 3), (2, 8), (3, 9)\}$

$f^{-1} \circ f$ $f \circ g$
 $= \{(3, 3), (8, 8), (9, 9)\}$ $f \circ g = \{(1, a), (2, 4)\}$
 $g^{-1} \circ f$
 $= \{(3, 9), (8, 3), (9, 1)\}$

$g^{-1} = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$
 $f \circ g^{-1} = \{(1, 4), (3, 8), (5, 10)\}$

$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{8}), (5, \frac{1}{10})\} \rightarrow \frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{8})\}$

تابع $y = \frac{x^3 + 1}{x - 2}$ را در نظر بگیرید. $x \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow -\frac{1}{3}$ (میان افقی) و $x \rightarrow 2 \Rightarrow y \rightarrow \infty$ (میان عمودی).
 تابع $f^{-1}(y) = \frac{y^3 + 1}{y - 3}$ را در نظر بگیرید. $y \rightarrow \infty \Rightarrow x \rightarrow -\frac{1}{3}$ (میان افقی) و $y \rightarrow 3 \Rightarrow x \rightarrow \infty$ (میان عمودی).
 نمودارهای تابع و تابع معکوس را رسم کنید. (نشان دهید که متقابل وارون هستند).

تابع $f(x) = |x - 1| - |x - 3|$ را در نظر بگیرید.
 دامنه: $\mathbb{R}$
 تصویر: $[-2, 2]$
 برای $x < 1$: $f(x) = -(x-1) - (3-x) = -x+1-3+x = -2$
 برای $1 \leq x < 3$: $f(x) = (x-1) - (3-x) = x-1-3+x = 2x-4$
 برای $x \geq 3$: $f(x) = (x-1) - (x-3) = x-1-x+3 = 2$
 نمودار تابع را رسم کنید. (تابع پله‌ای است).

تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & ; x \geq 1 \rightarrow R = [5, \infty) \\ 2x - 1 & ; x \leq 0 \rightarrow R = (-\infty, -1] \end{cases}$ را در نظر بگیرید.
 تابع متقابل وارون است.
 برای $x \geq 1$: $x^3 + 2 = y \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-2} \Rightarrow y \geq 5$
 برای $x \leq 0$: $2x - 1 = y \Rightarrow x = \frac{y+1}{2} \Rightarrow y \leq -1$
 بنابراین: $f^{-1}(y) = \begin{cases} \sqrt[3]{y-2} & ; y \geq 5 \\ \frac{y+1}{2} & ; y \leq -1 \end{cases}$

تابع $f(x) = \frac{x^2 - (x+1)^3}{x+3}$ را در نظر بگیرید.
 ساده‌سازی: $f(x) = \frac{x^2 - (x^3 + 3x^2 + 3x + 1)}{x+3} = \frac{-x^3 - 2x^2 - 3x - 1}{x+3}$
 با استفاده از تقسیم: $f(x) = -x^2 - 5x - 4 + \frac{11}{x+3}$
 برای f^{-1} : $y = -x^2 - 5x - 4 + \frac{11}{x+3}$
 با $a = -4, b = -2, d = 4$ (برای فرم استاندارد).
 محاسبه $f^{-1}(b) = f^{-1}(-2)$:

$$f^{-1}(-2) = f^{-1}(-2) = \frac{-2(-2) - 1}{-2 + 3} = \frac{4 - 1}{1} = 3$$

تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ را در نظر بگیرید.
 دامنه: $\mathbb{R}$
 تصویر: $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$
 برای f^{-1} : $y = \frac{x}{x^2 + 1} \Rightarrow yx^2 + y = x \Rightarrow yx^2 - x + y = 0$
 این یک معادله درجه دوم در x است. برای داشتن جواب، $\Delta \geq 0$ باید باشد.
 $\Delta = 1 - 4y^2 \geq 0 \Rightarrow y^2 \leq \frac{1}{4} \Rightarrow y \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$
 بنابراین: $f^{-1}(y) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4y^2}}{2y}$ (برای $y \neq 0$)
 و $f^{-1}(0) = 0$.