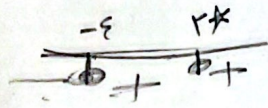


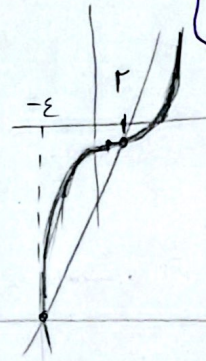
۱- در مورد a ، باید بداند که f یک تابع یک به یک است. $f(n) = \begin{cases} n^2 - \varepsilon & ; n > a \\ 12n - 20 & ; n \leq a \end{cases}$

$$n^2 - \varepsilon = 12n - 20 \rightarrow n^2 - 12n + 14 = 0 \rightarrow \begin{cases} 4 \\ -2 \end{cases}$$

$$n^2 - \varepsilon > 12n - 20 \rightarrow n^2 - 12n + 14$$



$$a > -\varepsilon$$



تابع یک به یک - یازدهم - ششم

مثال: $f(v) \rightarrow \frac{r(v)}{11} - 10 = 11$

$f^{-1}(r) = \varepsilon$ و $f(n) = 12n + k$

$$f(f(n)) = r(12n - 10) - 10 = 9n - 10 - 10 = 9n - 20$$

$$f^{-1}(r) = \varepsilon \xrightarrow{\text{بند}} f(\varepsilon) = r \rightarrow r(\varepsilon) + k = r \rightarrow k = -10 \Rightarrow f(n) = 12n - 10$$

$f(n) = \frac{an}{n-1}$ و $A(a, a)$

$$f^{-1}(n) \rightarrow f\left(\frac{an}{n-1}\right) = \frac{n}{a} \rightarrow \frac{an}{n-1} = n \rightarrow an = n^2 - n \Rightarrow$$

$$na = n - \varepsilon \rightarrow na = \varepsilon \rightarrow a = \frac{\varepsilon}{n}$$

$$\frac{an}{n-1} = na \rightarrow na - na = n \rightarrow n = 1$$

$f = \{(r, \varepsilon), (\varepsilon, v), (v, r), (r, 4)\}$ و $g = \{(r, 2), (2, 4), (4, \varepsilon), (\varepsilon, v)\}$

$f \circ g^{-1}$ $\begin{matrix} \varepsilon \rightarrow r \rightarrow \varepsilon \\ v \rightarrow \varepsilon \rightarrow v \end{matrix}$

$$\{(v, \varepsilon), (\varepsilon, v), (r, r), (r, 2)\}$$

$f \circ g^{-1}$ $\begin{matrix} r \rightarrow r \rightarrow \varepsilon \\ \varepsilon \rightarrow v \rightarrow r \end{matrix}$

$$\{(r, \varepsilon), (\varepsilon, v), (v, r), (r, 2)\}$$

$$\begin{matrix} r \rightarrow \varepsilon \rightarrow r \\ \varepsilon \rightarrow v \rightarrow \varepsilon \end{matrix}$$

$$\{(r, \varepsilon), (\varepsilon, v), (v, r), (r, 2)\}$$

$$\{(r, \varepsilon), (\varepsilon, v), (v, r), (r, 2)\}$$

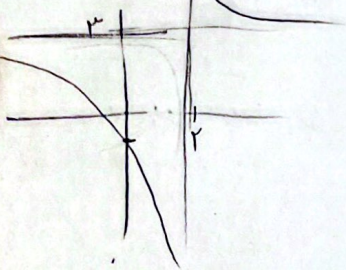
$h = \{(1, 2), (2, \varepsilon), (\varepsilon, 4), (4, \varepsilon)\}$ و $g = \{(r, 2), (\varepsilon, 4), (4, \varepsilon)\}$ و $f = \{(r, \varepsilon), (\varepsilon, 1), (1, 2)\}$

$f \circ g^{-1}$ $\begin{matrix} 1 \rightarrow r \rightarrow \varepsilon \\ r \rightarrow \varepsilon \rightarrow 1 \end{matrix}$

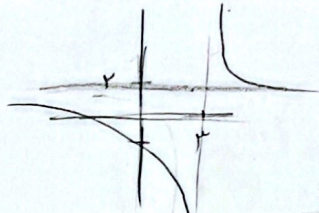
$$\frac{h}{f \circ g^{-1}}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} \rightarrow \{(1, \frac{1}{r}), (\frac{1}{\varepsilon}, 2), (r, \frac{1}{\varepsilon})\}$$

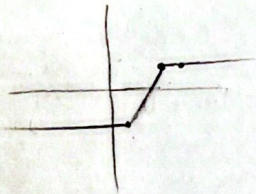
۶- تابع $y = \frac{x+1}{x-2}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع چیست؟ معکوس این تابع وجود دارد معکوس یک به یک.



معکوس $x = \frac{y+1}{y-2} \rightarrow xy - 2x = y + 1 \rightarrow y(x-2) = 2x+1$
 $\rightarrow y = \frac{2x+1}{x-2}$ (نکته: $x \neq 2$)



۷- تابع $f(x) = |x-1| - |x-3|$ را در نظر بگیرید. دامنه این تابع چیست؟ $[a, b]$ و این تابع یک به یک است. این تابع این بازه را به صورت یک به یک نگاشت می‌دهد.



$[1, 3]$



$x-1+n-3$

$(x-1)-3$

$x-4 = 1$

$3 \rightarrow 2$

$1 \rightarrow -2$

$2 \rightarrow 1$

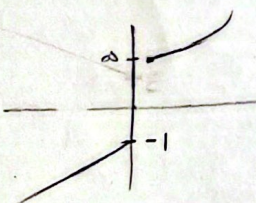
$0 \rightarrow 1-3 = -2$

$x-1 \rightarrow y = x-1 \rightarrow x = y+1 \rightarrow \frac{y+1}{1} = y = \frac{y+1}{1}$

$D_f = [1, 3]$

$x \in \mathbb{R}$

۸- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + \epsilon & x > 1 \\ \epsilon x - 1 & x \leq 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. این تابع یک به یک است.



$f(x) = \begin{cases} x^2 + \epsilon & x > 1 \\ \epsilon x - 1 & x \leq 1 \end{cases}$
 $x^2 + \epsilon = y \rightarrow y^2 + \epsilon = x \rightarrow y = \sqrt{x-\epsilon}$

$y = \epsilon x - 1 \rightarrow x = \frac{y+1}{\epsilon} \rightarrow \frac{y+1}{\epsilon} = y$

$y = \frac{y+1}{\epsilon}$

$(-\infty, 1] \rightarrow$ دامنه این تابع = $(-\infty, 1]$

$(-\infty, 1] \rightarrow$ دامنه این تابع = $(-\infty, 1]$

$(-\infty, 1] \rightarrow$ دامنه این تابع = $(-\infty, 1]$

$f(x)^{-1} = \begin{cases} \sqrt{x-\epsilon} & x > 1 \\ \frac{x+1}{\epsilon} & x \leq 1 \end{cases}$

۹- تابع $f(x) = x^2 - (x+1)^2$ را در نظر بگیرید. این تابع یک به یک است.

$f(x) = x^2 - (x+1)^2 = x^2 - x^2 - 2x - 1 = -2x - 1$
 $y = -2x - 1 \rightarrow x = \frac{-y-1}{2}$
 $\rightarrow b = -1 \rightarrow f(-1) = -2(-1) - 1 = 1$

$x = \frac{-y-1}{2} \rightarrow y = -2x - 1 \rightarrow y + 2x = -1$

$y = \frac{-2x-1}{2} \rightarrow \frac{-2x-1}{2} = y$

۱۰- تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ را در نظر بگیرید. این تابع یک به یک است.

$y = \frac{x}{x^2+1} \rightarrow xy^2 + x = y \rightarrow xy^2 - y + x = 0$

$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \rightarrow x = \frac{y}{y^2+1}$