۱۹٫۵

نام و نام خانوادگی ......مانا بیشیانک...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۱.... کلاس ..یازدهم ریاضی B......

۱

$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 \; ; \; x \geq a & R \to (a^3 - 4, +\infty) \\ 12x - 20 \; ; \; x < a & R \to (-\infty, 12x - 20] \end{cases}$ ⇒ $12a - 20 \geq a^3 - 4$

اگر بخواهیم یک‌به‌یک باشد ⇒ یکی از ریشه‌ها ۲ است

$a^3 - 4 - 12a + 20 \leq 0 \Rightarrow a^3 - 12a + 16 \leq 0$ if $a = 2 \Rightarrow$ عبارت صفر می‌شود

$a^3 - 12a + 16 \,\big|\, a - 2$

$-a^3 + 2a^2 \quad\quad a^2 + 2a - 8$

$2a^2 - 12a + 16$

$-2a^2 + 4a$

$-8a + 16$

$(a-2)^2(a+4)$

$-4 \quad 2$

$- \quad + \quad +$

$\Rightarrow a \in [-4, +\infty)$

(۲)

۲

$f(x) = 3x + k$, $f^{-1}(2) = 4$

$2 \to 4 \Rightarrow$ وارون $4 \to 2$

if $x = 4 \Rightarrow 12 + k = 2 \Rightarrow k = -10$

$f(x) = 3x - 10$

الف) $f(7) \longrightarrow f(x) = 3x - 10 \Rightarrow$ if $x = 7$

$f(x) = 21 - 10 = 11$

(۲)

ب) $f(f(x)) \to f(3x - 10) = 3(3x - 10) - 10 = 9x - 30 - 10 = 9x - 40$

۳

$f(x) = \dfrac{ax}{x-1}$ $A \begin{vmatrix} 20 \\ a \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} a \\ 20 \end{vmatrix}$ پس خود $f(x)$ شامل نقطه

تابع ثابت می‌شود و آن‌گاه تابع وارون‌پذیر نیست

$f(x) = \dfrac{ax}{x-1} \xrightarrow{\text{if } x = a} \dfrac{a^2}{a-1} = 20 \Rightarrow a^2 = 20a^2 - 20a \Rightarrow a^2 - 20a =$

می‌شود

$a = 0 \to$ ✗

$a = 2$

(۲)

۴

$g = \{(3,2), (8,6), (9,5)\}$ $f = \{(3,5), (4,7), (7,2), (9,6)\}$

الف) fof^{-1} $f^{-1} \to (5,3)\,(7,4)\,(2,7)\,(6,9) \to fof^{-1} \to \{(5,5), (7,7), (2,2), (6,6)\}$

ب) $f^{-1}of \to \{(3,3), (4,4), (7,7), (9,9)\}$

ج) fog^{-1} $g^{-1} \to (2,3)\,(6,8)\,(5,9) \longrightarrow fog^{-1} \to \{(2,5), (5,6)\}$

(۲)

د) $g^{-1}of \to \{(3,9), (7,3), (9,8)\}$

۵

$f = \{(2,4), (4,8), (6,0)\}$ $g = \{(2,1), (4,3), (6,5)\}$ $h = \{(1,2), (3,4), (4,1), (5,1)\}$

(۲)

$\dfrac{h}{fog^{-1}} =$

$g^{-1} \to (1,2)\,(3,4)\,(5,6)$

$fog^{-1} \to \underline{(1,4)}\,\underline{(3,8)}\,\underline{(5,0)}$

$h \to \underline{(1,2)}\,\underline{(3,4)}\,(4,1)\,\underline{(5,1)}$

$\dfrac{h}{fog^{-1}} \to \{(1, \tfrac{2}{4}), (3, \tfrac{4}{8}), (5, \cancel{\tfrac{1}{0}})\}$

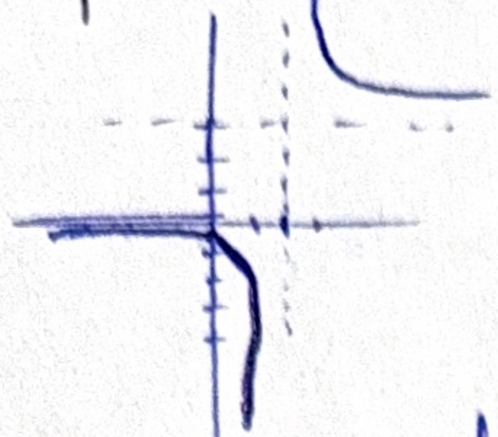
$\dfrac{h}{fog^{-1}} = \{(1, \tfrac{1}{2}), (3, \tfrac{1}{2})\}$

$y=\frac{3x+1}{x-2}$ هذلولی $\Longrightarrow$ چون یک به یک است، وارون پذیر می‌باشد

قائم $\to 2$

افقی $\to 3$

if $x=0 \to \frac{1}{-2}$



وارون $y=\frac{3x+1}{x-2} \to y(x-2)=3x+1$

$yx-2y=3x+1$

$3x-yx=-2y-1$

$x(3-y)=-2y-1$ 6

$x=\frac{-2y-1}{3-y}$

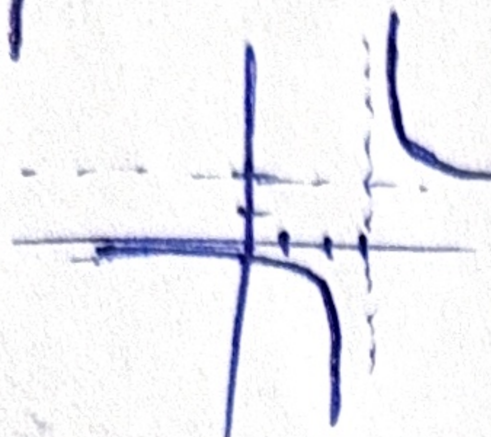
1,5

ضابطه معکوس

$y=\frac{-2x-\cancel{1}}{-\cancel{x}+3}$ $\quad \frac{2x+1}{x-3}$

قائم $\to 3$

افقی $\to 2$



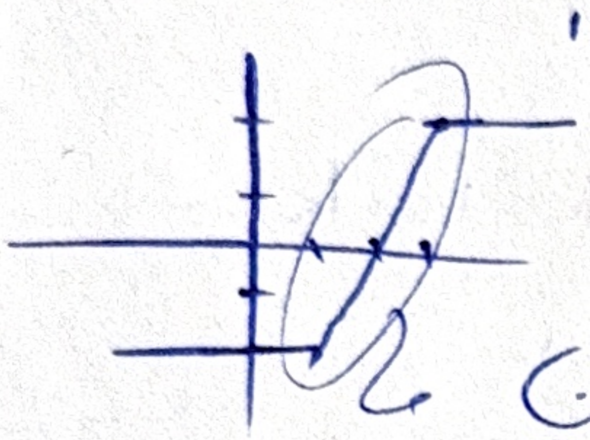
if $x=0 \to \frac{-1}{3}$

$f(x)=|x-1|-|x-3|$ $\quad [a,b] \longrightarrow$ در این بازه وارون پذیر است.

نقاط شکست (1) (3)

if $x=1 \to -2$

if $x=3 \to 2$



وارون پذیر $\Rightarrow [a,b]=[1,3]$

if $1\le x\le 3 \to x-1-(-x+3)$

$x-1+x-3$

$\boxed{y=2x-4}$ 7

معکوس

$y+4=2x \to x=\frac{y+4}{2} \to y=\frac{x}{2}+2$

2

$f(x)=\begin{cases} x^2+4 & ; x\ge 1 \\ 4x-1 & ; x\le 0 \end{cases}$ $\quad \to$ if $x=1 \to y=5$, if $x=0 \to y=-1$

$f^{-1}(x)=\begin{cases} y=\sqrt{x-4} & x\ge 5 \\ y=\frac{x}{4}+\frac{1}{4} & x\le 1 \end{cases}$ $\quad \frac{x+1}{4}$

ضابطه معکوس تابع

$y=x^2+4 \to y-4=x^2 \Rightarrow x=\sqrt{y-4} \Rightarrow \boxed{y=\sqrt{x-4}}$

2

$y=4x-1 \to y+1=4x \Rightarrow x=\frac{y+1}{4} \Rightarrow y=\frac{x}{4}+\frac{1}{4}$ 8

$\boxed{y=\frac{x+1}{4}}$

$f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{x+3}$ $\quad f^{-1}(x)=\frac{ax+b}{2x+d}$ $\quad f^{-1}(b)=?$

$\frac{\cancel{x^3}+\cancel{3x^2}-\cancel{x^3}-1-\cancel{3x^2}-3x}{x+3}=\frac{-1-3x}{x+3}$

$y=\frac{-3x-1}{x+3} \to yx+3y=-3x-1$

$yx+3x=-1-3y$

2

$f^{-1}(x)=\frac{-1-3x}{x+3} \to \frac{ax+b}{2x+d}$

$x(y+3)=-1-3y$ 9

$a=-6,\ b=-2 \to f^{-1}(-2)=\frac{-1(-3\times-2)}{-2+3}=\frac{5}{1}=5$

$d=6$

$x=\frac{-1-3y}{y+3}$

$f^{-1}(x)=\frac{-1-3x}{x+3}$

$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ $\quad yx^2+y-x=0$ $\quad x=\frac{1\pm\sqrt{1-4y^2}}{2y}$

3

R_f $\frac{x}{x^2+1} \to [-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ $\longleftarrow$ چون دامنه معکوس، برد تابع اصلی برابر است

$f^{-1}(x)=\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x},\ \boxed{x\in[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}$ $\longleftarrow$ پس 10