نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکالیف شماره ۸ کلاس یازدهم ریاضی ۸ [illegible]

۱

$f(x): \begin{cases} x^۳-۴ & x\geq a \xrightarrow{x=a} f(a)=a^۳+۴ \\ ۱۲x-۲۰ & x<a \xrightarrow{x=a} f(a)=۲۰-۱۲a \end{cases}$

$-a^۳+۴=۲۰-۱۲a$

$-a^۳+۱۲a+۱۶=۰$

$-a^۳+۱۲a+۱۶ \;\big|\; a+۲$

$a^۲-۲a+۸$

$\boxed{-x^۳+۴\geq ۱۲x+۲۰ \quad a\geq ۲ \checkmark}$

$a<۲$

فقط ۲ را می‌دهند پس یک به یک نیست ← $a=\textcircled{۲}$ $\quad \boxed{a=-۴}$

۲

$f(x)=۳x+k$

$f^{-1}(۲)=۴ \rightarrow \text{if } f(\alpha)=\beta \Rightarrow f^{-1}(\beta)=\alpha$

$f(۴)=۲ \quad f(۴)=۱۲+k=۲ \quad \underline{k=-۱۰} \qquad f(x)=۳x-۱۰$

الف) $f(۷)=۲۱-۱۰=\textcircled{۱۱}$

ب) $f(۳x-۱۰)=۳(۳x-۱۰)-۱۰=۹x-۴۰$

۳

$f(x)=\dfrac{ax}{x-۱}$

$f^{-1}(x)=\dfrac{x}{x-a}$

$f(۲a)=\dfrac{۲a}{\frac{۲a-a}{a}}=a \Rightarrow \boxed{a=۲}$

$a^۲-۲a=۰ \quad a=۰$ غ‌ق‌ق

۴

$g(x):\{(۳,۲)(۸,۶)(۹,۵)\} \quad g^{-1}(x):\{(۲,۳)(۶,۸)(۵,۹)\} \quad f(x):\{(۳,۵)(۴,۷)(۷,۲)(۹,۶)\}$

$f^{-1}(x):\{(۵,۳)(۷,۴),(۲,۷)(۶,۹)\}$

الف) $f(f^{-1}(x))=\{(۵,۵)(۷,۷)(۲,۲)(۶,۶)\}$

ب) $f^{-1}(f(x))=\{(۳,۳)(۴,۴)(۷,۷)(۹,۹)\}$

ج) $f(g^{-1}(x))=\{(۲,۵)(۵,۶)\}$

د) $g^{-1}(f(x))=\{(۳,۹)(۷,۳)(۹,۸)\}$

۵

$f=\{(۲,۳)(۴,۸)(۶,۰)\}$

$g=\{(۲,۱)(۴,۳)(۶,۵)\}$

$g^{-1}=\{(۱,۲)(۳,۴)(۵,۶)\}$

$h=\{(۱,۲)(۳,۴)(۴,۱)(۵,۱)\}$

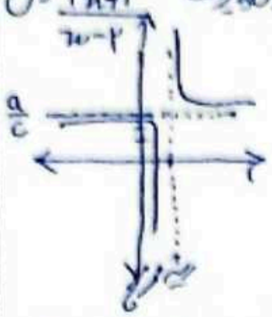
$fog^{-1}=\{(۱,۳)(۳,۸)(۵,۰)\}$

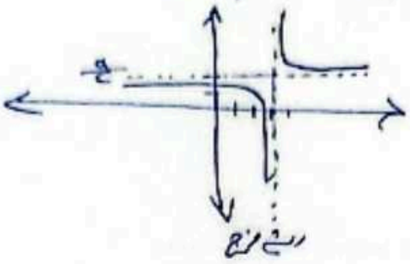
$\dfrac{h}{fog^{-1}}=\{(۱,\frac{۲}{۴})(۳,\frac{۴}{۸})\cancel{(۵,\frac{۱}{۰})}\}$

$\dfrac{h}{fog^{-1}}=\{(۱,\frac{۱}{۲}),(۳,\frac{۱}{۲})\}$

۶

$y=\frac{۳x+۱}{x-۲}$ معکوس پذیر است $f^{-۱}: \frac{۳y+۱}{y-۲}=x$ $y=-\frac{-۲x-۱}{x-۳}=\frac{۲x+۱}{x-۳}$





۷

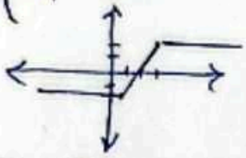
$f=|x-۱|-|x-۳|$

$$f(x)\begin{cases} ۲ & x\geq ۳ \\ ۲x-۴ & ۱\leq x\leq ۳ \\ -۲ & x<۱ \end{cases} \leadsto y=۲x-۴$$

$x=۲y-۴$

$y=\frac{x+۴}{۲}$ $R:[۱,۳]$

$D:[-۲,۲]$



۸

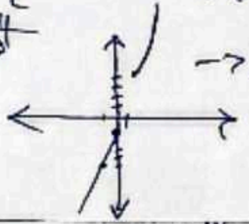
$$f(x)=\begin{cases} x^۳+۴ & x\geq ۱ \\ ۴x-۱ & x\leq ۰ \end{cases}$$

$\longrightarrow y=x^۳+۴$ $x=y^۳+۴$ $y=\sqrt[۳]{x-۴}$

$\longrightarrow y=۴x-۱$ $\rightarrow$ وارون پذیر $x=۴y-۱$ $y=\frac{x+۱}{۴}$

$$f^{-۱}\begin{cases} \sqrt[۳]{x-۴} & x\geq ۵ \\ \frac{x+۱}{۴} & x\leq -۱ \end{cases}$$

[illegible]



۹

$f(x)=x^۲-\frac{(x+۱)^۳}{x+۳}=\frac{\cancel{x^۳}+\cancel{۳x^۲}-\cancel{x^۳}-۱-\cancel{۳x^۲}-۳x}{x+۳}=-\frac{۳x-۱}{x+۳}$ $f^{(-۱)}=\frac{-۳x-۱}{x+۳}$

$\underline{b=-۲}$ $f^{(-۱)}(-۲)=\frac{۶-۱}{-۲+۳}=\boxed{۵}$

۱۰

$f(x)=\frac{x}{x^۲+۱}$

$x=\frac{y}{y^۲+۱}\xrightarrow{\text{[illegible]}} xy^۲-y+x=۰$

$۱-۴x^۲\geq ۰$

$-\tfrac{۱}{۲}$ $\tfrac{۱}{۲}$

$-\ +\ -$

$y=\frac{+۱\pm\sqrt{۱-۴x^۲}}{۲x}$ $x\in[-\tfrac{۱}{۲},\tfrac{۱}{۲}]$