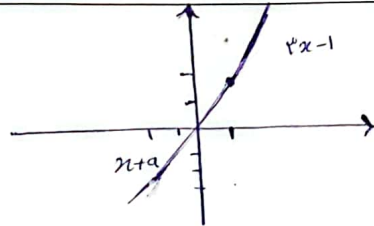


الف) $f_2 = \{(3, 2), (n, 5), (3, n^2 - n), (m, 2), (-1, 4)\}$
 $n^2 - n - 2 = 0 \Rightarrow (n-2)(n+1) = 0 \Rightarrow n_1 = 2$
 $m = 3$ $n_2 = -1$ $\Rightarrow$ تابع نیست
 $\rightarrow f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (m, 2)\}$
 $m = 2$ $a = -1$ $n = 2$ $(a, 1)$ $(1, n)$

۲)

$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x \geq 1 \\ x+a & ; x < 1 \end{cases}$



ولی در $a > 1$ نگاه مقدار دو قطعه
 با هم دچار تداخل می شود

$f(1) = 2 \quad x \geq 1$

ولی اگر $a = 1$ در نقطه ۱ هر دو مقدار برابر ۲
 و تابع هنوز یک به یک است پس $a \leq 1$

$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x \geq 1 \\ a < -1 \end{cases}$
 $a = -1$
 $a < 1$
 $x < 1$

چون شیب ۳ بزرگتر ✓ تابع صعودی
 از صفر است
 تابع نزولی $a < 0$

$f(1) = 2$

$f(1) = 1+a-1$

$1+a-1 = 2 \Rightarrow a = 2$

$a-1 < 2 \Rightarrow a < 3$

$a > 0$ و $a \neq \frac{3}{2}$

$a < 3$

الف) $y = x^3 + 2$

$x = y^3 + 2$

$y^3 = x - 2$

$y = \sqrt[3]{x-2} = f^{-1}(x)$



متغیر x ها را اعداد
 در یک نقطه قطع می کند

$y = x^2 - 5x + 2$

مناظره مربوط به یک سهمی است پس
 تابع یک به یک نیست

۲)

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$

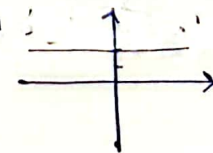
$x = \frac{3y+1}{y-2} \Rightarrow x(y-2) = 3y+1$

$xy - 2x = 3y + 1 \Rightarrow y(x-3) = 2x+1$

$f^{-1}(x) = y = \frac{2x+1}{x-3}$

$y = \frac{4+2x}{x+2}$

$y = 2(2+x) \Rightarrow y = 2$ موازی محور x



۲)

الف) $y = \sqrt{x-3} \Rightarrow D_f = [3, +\infty)$
 $R_f = [0, +\infty)$
 $(\sqrt{x_1-3} = \sqrt{x_2-3})^2 \Rightarrow x_1-3 = x_2-3 \Rightarrow x_1 = x_2$
 $(x = \sqrt{y-3})^2 \Rightarrow x^2 = y-3$
 $f^{-1}(x) \Rightarrow y = x^2 + 3, x \geq 0$
 $R_f = D_{f^{-1}} \Rightarrow [0, +\infty)$

ب) $y = x^2 - 6x + 3, x \in [3, +\infty)$
 $y = x^2 - 6x + 3 + 9 - 9 \Rightarrow y = (x-3)^2 - 6$
 $x-3 = \pm \sqrt{y+6} \Rightarrow x = 3 \pm \sqrt{y+6}$
 $f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x+6}$

$f(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow (0, +\infty) \Rightarrow f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c}$
 $y = x + \sqrt{x} \Rightarrow y = t^2 + t$
 $t^2 + t - y = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2} \Rightarrow x = t^2$
 $x = \frac{1 - \sqrt{1+4y} + (1+4y)}{2} \Rightarrow y + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}(\sqrt{1+4y})$
 $f^{-1}(x) = x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{1+4x}$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow \left(\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-1}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-1}}\right)^2 \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-1} = \frac{x_2^2}{x_2^2-1}$
 $x_1^2 x_2^2 - x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - x_2^2 \Rightarrow x_1 = x_2$
 $\left(\frac{y}{\sqrt{y^2-1}}\right)^2 = x^2 \Rightarrow y^2 = -\frac{y^2 x^2 - 1}{x^2 - 1} \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$
 $f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|}$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|}$
 $f(x) = \frac{x}{1-|x|}; |x| < 1$
 $\frac{-y}{\omega} = \frac{-\frac{y}{\omega}}{1 - \frac{y}{\omega}} = -\frac{y}{\omega}$
 $g(x) = \sqrt{x-1}$
 $g^{-1}(x) \Rightarrow y = \sqrt{x-1}$
 $x = y^2 + 1$
 $(-\frac{y}{\omega} + \frac{\omega}{\omega})^2 = (\frac{y}{\omega})^2 = \frac{y}{\omega}$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$
 $y = \sqrt[3]{x-1} \Rightarrow (x = \sqrt[3]{y+1})^3$
 $x^3 = y+1$
 $y = x^3 - 1 \Rightarrow f(x)$
 $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$
 $g(x) = x^3 + 1 + \sqrt{x^3 + 1}$
 $y = t^3 + 1 + \sqrt{t^3 + 1}$
 $z^2 + z - y = 0 \Rightarrow z = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2}$
 $\sqrt{t} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2} \Rightarrow t = \left(\frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2}\right)^2$
 $t = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 = t - 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{t-1}$
 $x = \sqrt[3]{\left(\frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2}\right)^2 - 1}$