نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰ ..... کلاس ..... دهم

۱

الف) $f=\{(2,2),(n,5),(3,n^2-n),(m,4),(-1,4)\}$ تابع

اگر $n=-1$ باشد داریم $(-1,5),(-1,4)$ که تابع یک به یک نمی باشد $\rightarrow n=-1$

$2=n^2-n \rightarrow n^2-n-2=0=(n-2)(n+1)$ $\rightarrow n=2$ ✓

ب) $f=\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$ تابع

۱) $m=2$ تا تابع یک به یک شود

۲) a باید $2-1=1$ باشد تا تابع یک به یک شود

$\xrightarrow{1,2}((a+2),n)\rightarrow(1,n)\rightarrow \boxed{n=2}$ بنابراین به ازای n های مساوی y های متفاوت داشته باشیم پس

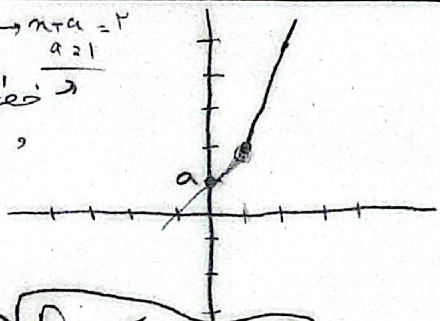
۲

$$f(x)=\begin{cases}3x-1 & ; x\geq 1\\ x+a & ; x<1\end{cases}$$

$x=1\rightarrow x+a=2$

$a=1$

خطی با شیب یک است. $\rightarrow$ a عرض از مبدا را مشخص می کند



با توجه به شکل بیشترین مقداری که a می تواند داشته باشد تا خط موازی محور x ها نمودار را دو بار قطع نکند $a=1$ است، a مقادیر کمتری را نیز می تواند داشته باشد $\Rightarrow \boxed{D_a=(-\infty,+1]}$

۳

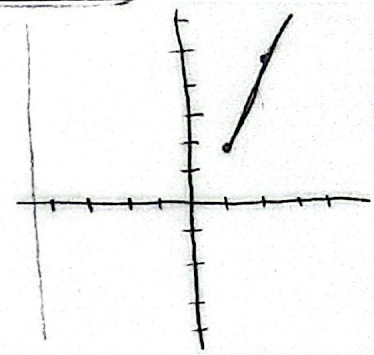
$$f(x)=\begin{cases}3x-1 & ; x\geq 1\\ ax+a-1 & ; x<0\end{cases}$$

با توجه به شکل a نمی تواند $a\leq 0$ باشد زیرا در این صورت خط موازی محور x ها وجود دارد که نمودار را دو بار قطع می کند.

تابع باید به گونه ای باشد که به ازای بیشترین مقدار x مقدار تابع از ۲ کوچکتر بود پس $x=0$

$a-1<2\rightarrow a<3$

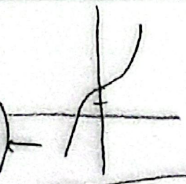
$\Rightarrow 0<a<3$



۴

الف) $y=x^3+2$ $\rightarrow$ نمودار را رسم می کنیم

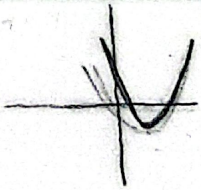
تابع یک به یک است ✓



$x^3=y-2 \Rightarrow x=\sqrt[3]{y-2}\rightarrow \boxed{y=\sqrt[3]{x-2}}$ معکوس تابع

ب) $y=x^2-4x+2$

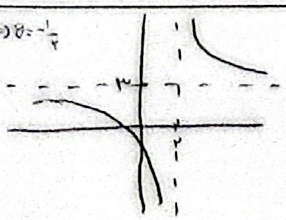
تابع یک به یک نیست ✗



۵

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ $\Rightarrow x=2 \rightarrow y=-\frac{1}{2}$

تابع یک به یک است ✓

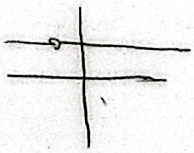


$\frac{3x+1}{x-2}=y\Rightarrow x=-\frac{-2y-1}{+y-3}=\frac{-2y+1}{y-3}$

$\boxed{\frac{2x+1}{x-3}=y}$ معکوس تابع

ب) $y=\frac{4+2x}{x+2}=\frac{2(x+2)}{(x+2)}=2$

$\rightarrow D_f=R-\{-2\}$

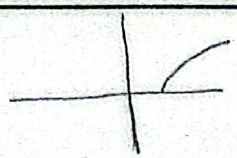


$\rightarrow$ یک به یک نیست ✗

الف) $y=\sqrt{x-3}$

$R_f=[0,+\infty)$

تابع یک به یک است ✓



$y=\sqrt{x-3} \Rightarrow y^2=x-3 \Rightarrow y^2+3=x$

$D_{f^{-1}}=[0,+\infty)=R_f$

ب) $y=x^2-4x+3 \quad , x\in[2,+\infty)$

$R_f=[-1,+\infty)$

یک به یک است ✓

$y=(x-2)^2-1 \Rightarrow x-2=\pm\sqrt{y+1}$

$x=\pm\sqrt{y+1}+2$ علامت منفی ۲ غ قابل قبول

$y=\sqrt{x+1}+2$

$f^{-1}(x)$ باید از ۲ بزرگتر باشد

$f(x)=x^2+\sqrt{x} \quad D_f=(0,+\infty)$

$R_f:(0,+\infty)$

$f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$

$a=1 \ , b=\frac{1}{2} \quad c=-\frac{1}{4} \Rightarrow 1+2(\frac{1}{2})+4(-\frac{1}{4})=1$?

$f(x)^{-1} \Rightarrow y=x+\sqrt{x} \Rightarrow y=t^2+t=t^2+t+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=(t+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4} \Rightarrow y+\frac{1}{4}=(t+\frac{1}{2})^2 \Rightarrow \pm\sqrt{y+\frac{1}{4}}=t+\frac{1}{2}$

$\sqrt{x}=t$

$t=\pm\sqrt{y+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x}=\pm\sqrt{y+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}$ علامت $\sqrt{x}$ غ قابل قبول

$\sqrt{x}=\sqrt{y+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x=y+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\sqrt{y+\frac{1}{4}}$

$y=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$

$D_{f^{-1}}=R_f=(0,+\infty)$

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \Rightarrow D_f: R-\{\sqrt{2}\}$

$f^{-1}(x)=y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} y^2=\frac{x^2}{x^2-2} \Rightarrow y^2x^2-2y^2=x^2 \Rightarrow x^2(y^2-1)=2y^2 \Rightarrow x^2=\frac{2y^2}{y^2-1}$

$x=\pm y\sqrt{\frac{2}{y^2-1}} \xrightarrow{\text{x و y هم علامت}} f(x)^{-1}=y=x\sqrt{\frac{2}{x^2-4}}$

$y=\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}$

$y=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}$

$\Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow x_1^2x_2^2-2x_2^2=x_1^2x_2^2-2x_1^2 \Rightarrow x_2^2=x_1^2$

$\Rightarrow x_2=\pm x_1$ چون ∪ با x هم علامت است پس $x_2=x_1$ ← تابع یک به یک است ✓

$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|} \quad g(x)=\sqrt{x}-1 \rightarrow R_f=[-1,+\infty) \quad f(-\frac{2}{5})+g^{-1}(-\frac{2}{5})$?

$D_f=[0,+\infty)$

$\Leftarrow f^{-1}(x)$ تابع y در = $f(x)$ تابع x در

$g(x)$ تابع $y=g^{-1}(x)$ تابع x در

$-\frac{2}{5}=\sqrt{x}-1 \Rightarrow \frac{3}{5}=\sqrt{x} \Rightarrow x=\frac{9}{25}$

$-\frac{2}{5}=\frac{x}{1+|x|} \rightarrow$ در این تابع مقدار تابع با x هم علامت است پس x منفی است و $|x|=-x$

$-\frac{2}{5}=\frac{x}{1-x} \Rightarrow +\frac{2}{5}x-\frac{2}{5}=x \Rightarrow \frac{7}{5}=\frac{3}{5}x \rightarrow x=-\frac{2}{3}$

$-\frac{2}{3}+\frac{9}{25}=\frac{-50+27}{75}=-\frac{23}{75}$

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1} \quad g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)} \quad g^{-1}(12)?=2$

$g^{-1}(x)=y$ در $g(x)$ در a

$f(x) \Rightarrow y=\sqrt[3]{x-1} \Rightarrow y^3=x-1 \Rightarrow x=y^3+1 \Rightarrow y=x^3+1$

$g(x)=x^3+1+\sqrt{x^3+1} \Rightarrow 12=x^3+1+\sqrt{x^3+1} \xrightarrow{\sqrt{x^3+1}=t} t^2+t-12=0$

$(t-3)(t+4)=0$

$\sqrt{x^3+1}=3 \leftarrow 3 \qquad -4$

$\Rightarrow x^3+1=9$

$x^3=8 \Rightarrow x=2$

غیر قابل قبول

$-4=\sqrt{x^3+1}$