

الف) $P = \{(c, r)(n, d)(r, n^2 - n)(m, r)(-1, 4)\}$

$n^2 - n - r$ $n^2 - n - r = 0 \Rightarrow (n-1)(n+1) = \begin{cases} n = -1, 0, 1 \\ n = 2 \end{cases}$ پاسخ صحیح $n = 2$ ✓

۲

ب) $P = \{(-1, 1)(1, 2)(2, 3)(a, m-1)(a+2, n)(m, 3)\}$

$(-1, 1)(1, 2)(2, 3)(-1, 1)(1, 2)(2, 3)$

$n = 2$ ✓ $a = -1$ ✓ $n = 2$ ✓

$f(x) = \begin{cases} 1) < x - 1 & x \geq 1 \\ 2) x + a & x < 1 \end{cases}$

۱) هر دو تابع به صورت درجه اول باید یک یک باشند
که در این تابع یک یک هستند ۲) برای این تابع

همان یک یک باشد به این دو تابع نباید اشتراک داشته باشند

$R(1) = 2(1) - 1 = 1 \Rightarrow R_1 = [2, +\infty)$

$R(2) = (-\infty, 1+a)$ باید اشتراک باشند $\Rightarrow \begin{cases} 1+a < 2 \\ a < 1 \end{cases}$ جواب $a < 1$ ✓

$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \geq 1 \\ ax + a - 1 & x \leq 0 \end{cases}$

باید به هم وصل شوند

$ax + a - 1 \Rightarrow a > 0$ / $y = 3x - 1 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow 2(1) - 1 = 1$

$y = a(0) + a - 1 = a - 1 \Rightarrow y \leq a - 1 \Rightarrow y \geq 2$

$a - 1 < 2$ $a < 3$ $0 < a < 3$ ✓ جواب

الف) $y = x^2 + 2$ $y_1 = y_2 \Rightarrow x^2 + 2 = x_2^2 + 2 \Rightarrow x_1 = x_2$

$x^2 = y - 2 \Rightarrow x = \sqrt{y - 2} \Rightarrow y = x^2 + 2 \Rightarrow f(x) = x^2 + 2$ یک به یک است

ب) $y = x^2 - 4x + 2$ ضرایب متعلق به یک همی است زیرا به یک به یک نمی باشد و تابع معکوس ندارد.

$$\text{الف) } y = \frac{2x+1}{x-2}$$

$$y_2 - y_1 = 2x+1 \rightarrow \text{تغییرات}$$

$$y_2 - 2x = 2y+1 \Rightarrow x(y-2) = 2y+1 \quad (2)$$

$$x = \frac{2y+1}{y-2} \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-2}$$

$$\text{ب) } y = \frac{2+2x}{x+2} \Rightarrow \frac{2(x+2)}{x+2} \Rightarrow y=2 \quad \text{یک نقطه است و معکوس ندارد}$$

$$\text{الف) } y = \sqrt{x-5} \quad y_1 = y_2 \Rightarrow \sqrt{x_1-5} = \sqrt{x_2-5} \Rightarrow x_1 = x_2 \quad \text{یک به یک}$$

$$x^2 \sqrt{y-2} \Rightarrow x^2 = y-2 \Rightarrow y = x^2 + 2 \quad (2)$$

$$\text{ب) } y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [2, +\infty) \quad \text{تابع به ازای یک به یک است}$$

$$y = x^2 - 2x + 3 + 1 - 1 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 2 - 1 \Rightarrow y = (x-2)^2 - 1$$

$$(x-2)^2 = y+1 \Rightarrow x-2 = \sqrt{y+1} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{y+1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+1} \quad \text{دامنه } (2, +\infty) \text{ است و بر روی آن معکوس دارد}$$

$$f(x) = x + \sqrt{x} \quad (0, +\infty) \rightarrow f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$a+2b+2c = ? \quad f(a) = x + \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x} = t \quad \frac{f(x)}{y} = t^2 + t$$

$$t^2 + t - y = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2} \quad (0, +\infty) \quad \text{دامنه } (0, +\infty) \quad t = \frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2} \right)^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \left(\frac{-1 + \sqrt{1+4x}}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\sqrt{1+4x} = \frac{1}{4} + x - \frac{1}{2}\sqrt{1+4x}$$

$$f^{-1}(x) = x + \frac{1}{4} - \sqrt{\frac{1}{2}(1+4x)} = x + \frac{1}{4} - \sqrt{\frac{1}{2} + 2x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} - \sqrt{\frac{1}{x} + x} = ax + b - \sqrt{x - c}$$

$$a=1 \quad b=\frac{1}{x} \quad c=-\frac{1}{x} \quad ax+b+c = 1 + \frac{1}{x} + \left(-\frac{1}{x}\right) = 1$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}} \quad f(x_1) = f(x_r) / \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 2}} = \frac{x_r}{\sqrt{x_r^2 - 2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2 - 2} = \frac{x_r^2}{x_r^2 - 2} \Rightarrow x_1^2 x_r^2 - 2x_1^2 = x_1^2 x_r^2 - 2x_r^2 \Rightarrow x_1^2 = x_r^2$$

$$\Rightarrow x_1 = \pm x_r$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}} \Rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 2}} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 2} \Rightarrow x^2 y^2 - 2x^2 = y^2$$

$$\Rightarrow y^2 x^2 - y^2 = 2x^2 \Rightarrow y^2 (x^2 - 1) = 2x^2 \Rightarrow y^2 = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$$

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{2x^2}{x^2 - 1}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2} x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \quad f\left(-\frac{r}{\omega}\right) + g^{-1}\left(-\frac{r}{\omega}\right) = ? \quad g(x) = \sqrt{x-1}$$

$$f^{-1}(y) = -\frac{r}{\omega} \Rightarrow \frac{y}{1+|y|} = -\frac{r}{\omega}$$

$$\Rightarrow |y| = -y \quad \frac{y}{1-y} = -\frac{r}{\omega} \quad \omega y = -r + ry \Rightarrow y = \frac{-r}{\omega} \Rightarrow f\left(-\frac{r}{\omega}\right) = -\frac{r}{\omega}$$

$$g^{-1}\left(-\frac{r}{\omega}\right) = t \Rightarrow g(t) = -\frac{r}{\omega} \Rightarrow \sqrt{t-1} = -\frac{r}{\omega} \Rightarrow \sqrt{t} = 1 - \frac{r}{\omega} \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{\omega}{\omega}$$

$$g^{-1}\left(-\frac{r}{\omega}\right) = \frac{r}{\omega} \quad g^{-1}\left(-\frac{r}{\omega}\right) = \frac{r}{\omega} \quad \frac{-r}{\omega} = f\left(-\frac{r}{\omega}\right) + g^{-1}\left(-\frac{r}{\omega}\right) = -\frac{r}{\omega} + \frac{r}{\omega} = \frac{-1}{\omega}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} \quad g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} \rightarrow x = \sqrt{y-1} \Rightarrow x^2 = y-1$$

$$\Rightarrow y = x^2 + 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + 1 \quad g(x) = x^2 + 1 + \sqrt{x^2 + 1} / g(x) = 11 / \left(\frac{x^2}{x^2 + 1} + \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 + 1} \right)$$

$$t^2 + t = 11 \Rightarrow t^2 + t - 11 = 0 \Rightarrow (t-5)(t+6) = 0$$

$$t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow 9 = x^2 + 1 \Rightarrow x = 2$$

$$\left. \begin{aligned} f(a) &= \frac{r}{a} = \frac{a}{1+|a|} \rightarrow a = \frac{-r}{r} \\ g(b) &= \frac{-r}{a} = \sqrt{b} - 1 \rightarrow b = \frac{r}{|a|} \end{aligned} \right\} a+b = \frac{-r}{\sqrt{a}}$$