فاطمه فروش — تکلیف ۱۰ — یازدهم B

۱) الف) $f = \{(3,2),(n,5),(3,n^2-n),(m,2),(-1,4)\}$

$n^2-n=2 \rightarrow n^2-n-2=0 \quad n \begin{cases} \boxed{2} \\ -1 \end{cases}$ غ ق $\qquad \boxed{m=2}$

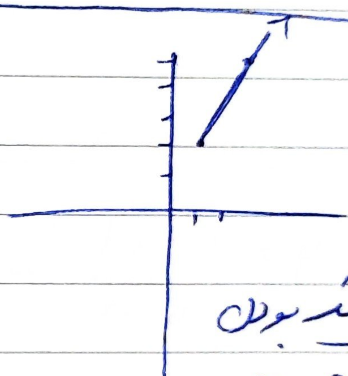
ب) $f = \{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$

$m=2 \rightarrow m-1 \rightarrow 2-1=1 \Rightarrow (a,1) \Rightarrow \boxed{a=-1}$

$a=-1 \rightarrow a+2=-1+2=1 \Rightarrow (1,n) \rightarrow \boxed{n=2}$

---

۲) $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x \geq 1 \\ x+a & ; x<1 \end{cases}$



$x=1 \rightarrow x+a<2$

$1+a \leq 2$

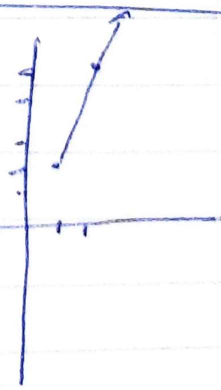
$\boxed{a \leq 1}$

← مساوی یک چون بازه برد یک بازه باز است .

برای یک به یک بودن برد $x+a$ باید به صورت $(-\infty, 1+a)$ باشد و $1+a=2$ باشد

---

۳) برد $3x-1$ ، $[2,+\infty)$ است و قطعی اینکه تابع یک به یک باشد پس شیب خط باید مثبت باشد در برد ۲ قطعه نباید اشتراک داشته باشد



$a>0$ ①

$a-1 \leq 2 \rightarrow a \leq 3$ ②

① $\cap$ ② $=$ $0<a\leq 3$

٤) الف) $y = x^3+2$ $\quad y_1=y_2 \to x_1=x_2 \to x_1^3+2 = x_2^3+2$

$y=\sqrt[3]{x-2} \leftarrow x=\sqrt[3]{y-2} \leftarrow x^3=y-2 \leftarrow x_1=x_2$

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-2}$

ب) $y=x^2-4x+2$ $\quad y_1=y_2 \to x_1=x_2 \to$

$x_1^2-4x_1+2 = x_2^2+4x_2+2$

$x_1 = \pm x_2$ یک به یک نیست

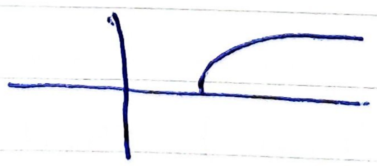
۵) الف) $y=\frac{3x+1}{x-2} \to$ تابع هموگرافیک پس یک به یک

$f^{-1}(x)=\frac{2x+1}{x-3}$

$yx-2y=3x+1 \to x(y-3)=2y+1 \to x=\frac{2y+1}{y-3}$

ب) $\frac{4+2x}{x+2}$ $\quad ad=cb$ هموگرافیک نیست چون

۶) الف) $y=\sqrt{x-3}$



$\to$ یک به یک

$y=\sqrt{x-3} \to x=\sqrt{y-3} \to x^2=y-3$

$y=x^2+3$

$f^{-1}(x)=x^2+3 \quad x\geq 0 \swarrow x\geq 0$

ب) $y = x^2 - 4x + 3 \qquad x \in [2, +\infty) \rightarrow$ با توجه به دامنه یک به یک

$$y = x^2 - 4x + 3 + 1 - 1 \rightarrow y = (x-2)^2 - 1$$

$$x = \pm\sqrt{y+1} + 2 \leftarrow x - 2 = \pm\sqrt{y-1}$$

$$\boxed{f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+1}}$$

---

1) $f(x) = x + \sqrt{x}$, $D_f = (0, +\infty)$

$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x - c}$, $a + 2b + 4c = ?$

$$x + \sqrt{x} \rightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \rightarrow$$

$$x = \left(\sqrt{y} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \rightarrow x + \frac{1}{4} = \left(\sqrt{y} + \frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow$$

$$\sqrt{y} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \rightarrow y = x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$$

$$f^{-1}(x) = x + \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}} \qquad a = 1 \quad b = \frac{1}{2}$$

$$c = -\frac{1}{4}$$

$$a + 2b + 4c = 1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 4\left(-\frac{1}{4}\right) = \boxed{1}$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \to f(x_1) = f(x_2) \to \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \to \quad (1)$$

$$\frac{x_1^2}{x^2-2} = \frac{x_2^2}{x^2-2} \to x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 = x_2^2 x_1^2 - 2x_2^2 \to$$

y نمی‌تواند دو علامت داشته باشد

$$x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2 \to$$

پس نتیجه اشتباه و تابع
یک به یک

$$x = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \to x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \to x^2y^2 - 2x^2 = y^2 \to$$

$$y^2x^2 - y^2 = 2x^2 \quad y^2 = \frac{2x^2}{x^2-1} \to \boxed{y = \pm\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}}$$

چون دو علامت

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|}, \quad g(x) = \sqrt{x}-1, \quad f\left(-\frac{2}{5}\right) + g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right) = ? \quad (9)$$

دامنه‌ی وارون g $= -\frac{2}{5} \to -\frac{2}{5} =$ برد g

$$\sqrt{x}-1 = -\frac{2}{5} \to \sqrt{x} = \frac{3}{5} \to x = \frac{9}{25}$$

$-\frac{2}{5} = f$ دامنه $\to -\frac{2}{5} =$ برد f^{-1}

$$\frac{x}{1+|x|} = -\frac{2}{5} \to 5x = -2-2|x| \to 5x = -2+2x$$

$$3x = -2$$

$$f\left(-\frac{2}{5}\right) + g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{9}{25} = \boxed{-\frac{23}{75}} \qquad \boxed{x = -\frac{2}{3}}$$

$f: y = \sqrt[۳]{x-1} \longrightarrow x = \sqrt[۳]{y-1} \Rightarrow x^۳ = y-1$ ۱۵

$x^۳ + 1 = y \Rightarrow f(x) = x^۳ + 1$

$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} = ۱۲ \rightarrow f(x) = ۹$

$x^۳ + 1 = ۹$

$x^۳ = ۸$

$\boxed{x = ۲}$