Ko ~~[illegible]~~
/ /

۱۸۲۵

نمره شما به دلیل ننوشتن نام و نام خانوادگی (۵) می باشد

---

① الف) $= n^۲ - n = ۲ \longrightarrow n^۲ - n + ۲ = ۰$

$(۳,۲)$ $\quad (n-۲)(n+۱)$

$\boxed{m=۳}$ $\quad \boxed{n=۲}$ ✓ $\quad n=-۱$ ✗

۲

ب) $\boxed{m=۲} \longrightarrow (a,۱)$ $\quad (-۱+۲, n)$

$\boxed{a=-۱}$ $\quad ۱ \quad \boxed{n=۲}$

② $f(x)= \begin{cases} ۳x-۱ & : x \geq ۱ \longrightarrow a=۱ \\ x+a & : x<۱ \longrightarrow a=۳ \end{cases}$ $\quad a>۰$

۱٫۷۵

$x=۱ \longrightarrow f(۱^-)=۱+a$

$f(۱)=۳(۱)-۱=۲ \longrightarrow ۱+a<۲ \longrightarrow \boxed{a<۱}$

۰٫۷۵
۸

③ $f(x)= \begin{cases} ۳x-۱ & x\geq ۱ \dashrightarrow a=۳ \\ ax+a-۱ & x\leq ۰ \longrightarrow a=a \end{cases}$

$f(۰)=a-۱$

$f(x)=۳x-۱$ $\quad f(۱)=۳(۱)-۱=۲$ $\quad \boxed{۰<a<۳}$

$f(۱)=۲ \longrightarrow [۲,+\infty)$

۲

حالت ۲ $\rightarrow f(۰)<f(۱) \rightarrow a-۱<۲ \rightarrow a<۳ \Rightarrow a>۰$
$\quad a<۳ \cup$

$\rightarrow f(۰)>f(۱) \Rightarrow a-۱>۲ \rightarrow a>۳$

④ $f(x)=x^۳+۲ \longrightarrow x_۱^۳+۲ = x_۲^۳+۲ \rightarrow x_۱^۳=x_۲^۳$

$y=x^۳+۲ \Rightarrow x^۳=y-۲ \Rightarrow x=\sqrt[۳]{y-۲} \rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{x-۲}$

۱

۱ ب) $x^۲-۴x+۲$

مشتق $= y' = ۲x-۴ \longrightarrow D=[۲,+\infty)$

$y = x^۲-۴x+۲ = (x-۲)^۲ = y+۲ \rightarrow x-۲=\sqrt{y+۲}$

تابع درجه ۲
یک به یک نیست

$\Rightarrow x=۲+\sqrt{y+۲}$ $\quad f^{-۱}(x)=۲+\sqrt{x+۲}$

/ /

۵)

$y = \frac{۳x+۱}{x-۲} \longrightarrow x \neq ۲$

یک به یک هست ✓

دست مقادیر = x	۰	۱	۳	۴
y	$\frac{۱}{-۲}=-۰٫۵$	$\frac{۴}{-۱}=-۴$	$\frac{۱۰}{۱}=۱۰$	$\frac{۱۳}{۲}=۶٫۵$

$x(y-۲)=۳y+۱ \longrightarrow xy-۳y=۲x+۱$

$y(x-۳)=۲x+۱$

$y=\frac{۲x+۱}{x-۳} \rightarrow f^{-1}(x)=\frac{۲x+۱}{x-۳}$

ب) $y=\frac{۴+۲x}{x+۲} \longrightarrow x \neq -۲$

x	-۱	۰	۲
$y=\frac{۴+۲x}{x+۲}$	$\frac{۲}{۱}=۲$	$\frac{۴}{۲}=۲$	$\frac{۸}{۴}=۲$

$y=\frac{۲(x+۲)}{x+۲}=۲ \longrightarrow x \neq -۲ \longrightarrow$ تابع ثابت است

۶) الف) $y=\sqrt{x-۳} \longrightarrow x-۳ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۳$ ✓ تابع یک به یک

$x=\sqrt{y-۳} \longrightarrow x^۲=y-۳ \rightarrow y=x^۲+۳ \quad f^{-1}(x)=x^۲+۳ \quad x \geq ۰$

ب) $y=x^۲-۴x+۳ \quad x \in [۲,+\infty)$ ✓ یک به یک

x	۲	۳
	$۴-۸+۳=-۱$	$۹-۱۲+۳=۰$

$y=x^۲-۴x+۳ \longrightarrow (x-۲)^۲-۱$

$x=(y-۲)^۲-۱ \longrightarrow x+۱=(y-۲)^۲ \Rightarrow y-۲=\sqrt{x+۱}$

$y=۲+\sqrt{x+۱}$

$f^{-1}(x)=۲+\sqrt{x+۱} \quad x \geq -۱$

۷ $x+\sqrt{x} \quad x\in(0,+\infty)$

$f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$

$f^{-1}(x)\Rightarrow x=y+\sqrt{y}$

$\sqrt{y}=t \Rightarrow y=t^2 \longrightarrow x=t^2+t$

$t^2+t-x=0 \quad t=\frac{-1\pm\sqrt{1+4x}}{2}$

$t=\sqrt{y}\geq 0 \longrightarrow t=\frac{-1+\sqrt{1+4x}}{2}$ ۲

$y=t^2 \longrightarrow y=\frac{1-2\sqrt{1+4x}+(1+4x)}{4} \longrightarrow y=x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1+4x}$

$f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c} \longrightarrow x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1+4x}$

$\frac{1}{2}\sqrt{1+4x}=\sqrt{x-c} \longrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2(1+4x)=x-c$

$a=1 \quad b=\frac{1}{2} \quad x+\frac{1}{4}=x-c \Rightarrow c=-\frac{1}{4}$

$\underset{1}{a}+2\underset{\frac{1}{2}}{b}+4\underset{-\frac{1}{4}}{c}=1$

۸ $\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \longrightarrow x^2-2>0 \longrightarrow x^2>2 \longrightarrow x>\sqrt{2}$

$y>0 \leftarrow$ تابع کاهشی ولی یک به یک

$D_f=(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$ $\quad x<-\sqrt{2}$ ۱,۷۵

~~[illegible]~~ $\leftarrow y<0 \leftarrow$

یک به یک ولی افزایشی

معکوس $= y\sqrt{x^2-2}=x$

$y^2(x^2-2)=x^2 \longrightarrow y^2x^2-2y^2=x^2 \longrightarrow x^2(y^2-1)=2y^2$

$x^2=\frac{2y^2}{y^2-1} \longrightarrow x=\pm\sqrt{\frac{2y^2}{y^2-1}} \longrightarrow$ $y>1 \to +$

$y<-1 \to -$

x و y هم علامتند پس نیازی به ± نیست

/ /

⑨ $f^{-۱}(x) = \frac{x}{۱+|x|}$ $\quad g(x) = \sqrt{x} - ۱$

$f(-\frac{۲}{۵}) + g^{-۱}(-\frac{۲}{۵})$

$x = f^{-۱}(y) = \frac{y}{۱+|y|}$

۵

$f(-\frac{۲}{۵}) = \frac{-\frac{۲}{۵}}{۱-\frac{۲}{۵}} = \frac{-\frac{۲}{۵}}{\frac{۳}{۵}} = -\frac{۲}{۳}$

$y = \sqrt{x} - ۱ \Rightarrow \sqrt{x} = y+۱ \Rightarrow x = (y+۱)^۲$

$g^{-۱}(x) = (x+۱)^۲$

$g^{-۱}(-\frac{۲}{۵}) = (-\frac{۲}{۵}+۱)^۲ = (\frac{۳}{۵})^۲ = \frac{۹}{۲۵}$

$f(-\frac{۲}{۵}) + g^{-۱}(-\frac{۲}{۵}) = -\frac{۲}{۳_{\times ۲۵}} + \frac{۹}{۲۵_{\times ۳}} = \boxed{-\frac{۲۳}{۷۵}}$

---

⑩ $f^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{x-۱}$ $\quad g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$

$f^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{x-۱}$

۵

$y = f^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{x-۱} \longrightarrow x = f(y) = y^۳+۱$

$f(x) = x^۳+۱$

$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} = (x^۳+۱) + \sqrt{x^۳+۱}$

$g^{-۱}(۱۲) = x^۳+۱+\sqrt{x^۳+۱} = ۱۲$

$t = \sqrt{x^۳+۱} \Rightarrow x^۳+۱ = t^۲ \longrightarrow t^۲+t = ۱۲ \to t^۲+t-۱۲ = 0$

$t = \frac{-۱\pm\sqrt{۱+۴۸}}{۲} = \frac{-۱\pm۷}{۲}$ $\qquad \boxed{g^{-۱}(۱۲) = ۲}$

$t = ۳ \to t = \sqrt{x^۳+۱} \geq 0 \longrightarrow x^۳+۱ = t^۲ = ۹ \Rightarrow x^۳ = ۸$

$x = ۲$