

Subject : _____

مسئله سولفی ^ن گروه دهمانه B

۱- تابع یک به یک یعنی اگر y ها مساوی $\Leftarrow x$ ها مساوی

الف) $r = n^2 - n \rightarrow n^2 - n - r = 0 \rightarrow (n-r)(n+1) = 0$

$\rightarrow n = r \text{ و } n = -1$

$\boxed{m = 3}$ شرط یک به یک

$\sim n = r \rightarrow f, \{(3, 2), (2, 5), (3, 2), (3, 2), (-1, 4)\}$

$\sim n = -1 \rightarrow f, \{(3, 2), (-1, 5), (3, 2), (-1, 4)\} \times$

$\rightarrow \boxed{n = 2}, \boxed{m = 3}$

$\sim \text{شرط یک به یک} \rightarrow \boxed{r = m}$

$f, \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, 1), (a+2, n), (2, 3)\}$

$a = -1$

$f, \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (-1, 1), (1, n), (2, 3)\}$

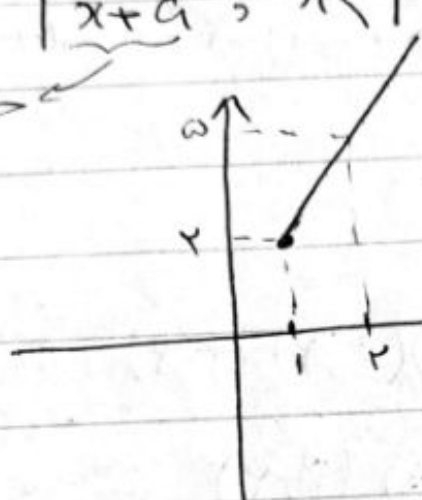
$n = 2$

$\Rightarrow \boxed{m = 2}, \boxed{n = 2}$

-۲

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \geq 1 \\ x+a, & x < 1 \end{cases} \quad \frac{x}{y} \mid \frac{1}{2} \quad \frac{2}{a}$$

خط استیجاریت است



برای اینکه هر خط افقی نمودار را در حدالتریک نقطه قطع کند باید

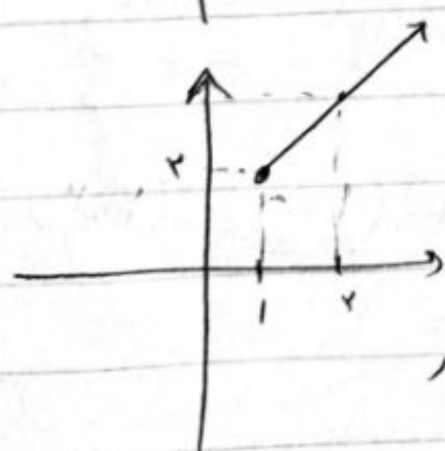
۲ ها را ضابطه هم کمتر از ۲ باشد

$$1+a < 2$$

$$\boxed{a < 1}$$

-۳

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \geq 1 \\ ax+a-1, & x \leq 0 \end{cases} \quad \frac{x}{y} \mid \frac{1}{2} \quad \frac{2}{a} \quad \frac{x}{y} \mid \frac{0}{a-1}$$



$$a-1 < 2 \rightarrow a < 3$$

باید شیب خط هم مثبت باشد وگرنه خط افقی در آن نقطه قطع نکند

$$a > 0$$

$$\boxed{0 < a < 3}$$

پس

الف) $y = x^3 + 2$

اگر $y_1 = y_2 \rightarrow x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \xrightarrow{-2} x_1^3 = x_2^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{}} x_1 = x_2$

$x_1 = x_2 \rightarrow$ یک به یک است

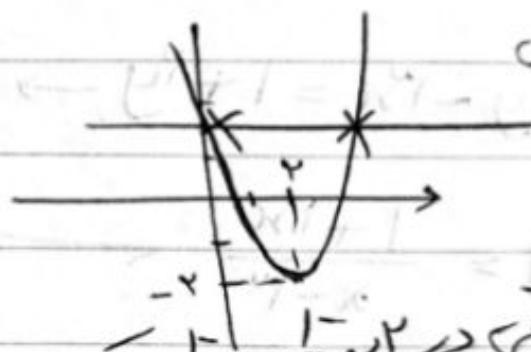
$y = x^3 + 2 \rightarrow y - 2 = x^3 \rightarrow \sqrt[3]{y-2} = x \rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$

↑ ضابطه معکوس

ب) $y = x^2 - 4x + 2$

رأس $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$

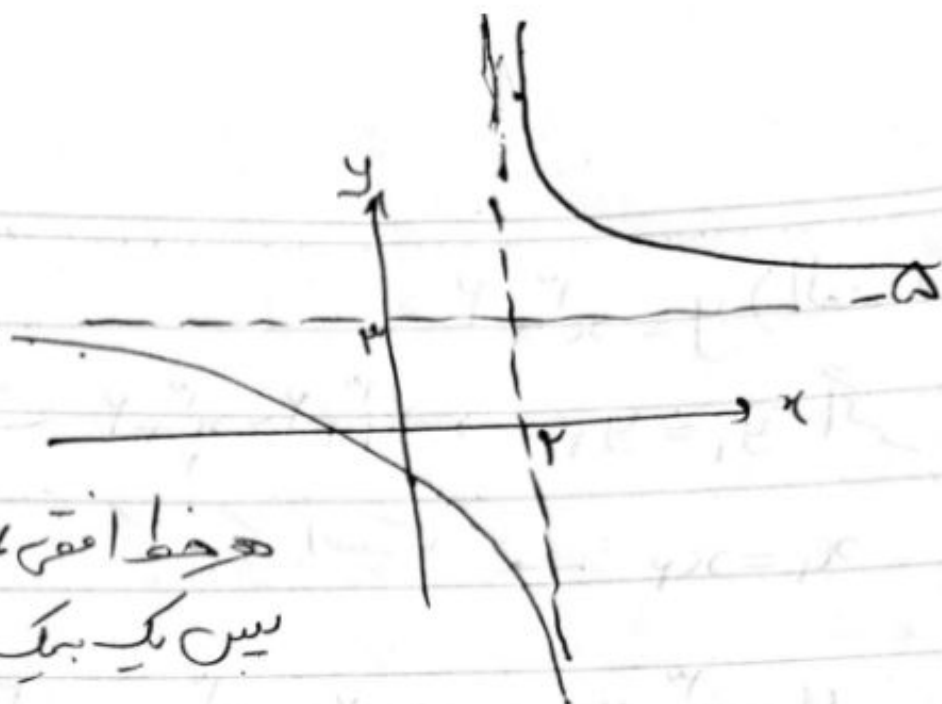
رأس $y = (2)^2 - 4(2) + 2 = -2$



$D = \mathbb{R}$
معکوس

خط افقی در نقطه قطع کرده
پس یک به یک نیست پس معکوس ندارد

$$\text{الف) } y = \frac{3x+1}{x-2}$$



این یک بیگ است.
خط افقی نمودار را در یک نقطه قطع می‌کند

$$y = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow y(x-2) = 3x+1 \rightarrow xy - 2y = 3x+1$$

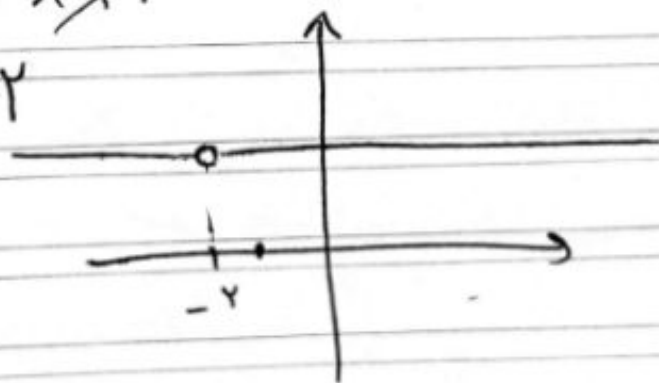
$$\rightarrow xy - 3x = 1 + 2y \rightarrow x(y-3) = 1 + 2y \rightarrow x = \frac{1+2y}{y-3}$$

$$\rightarrow y = \frac{1+2x}{x-3} \leftarrow \begin{matrix} D = (R - \frac{1}{3}) \\ \text{معکوس} \end{matrix}$$

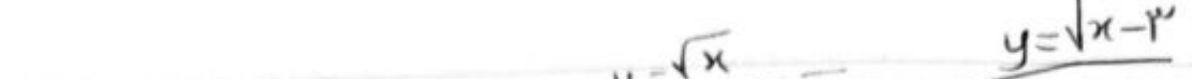
$$\text{ب) } y = \frac{4+2x}{x+2} = \frac{2(2+x)}{x+2} = 2$$

$$y=2, x \neq -2$$

تابع یک به یک نیست
معکوس ندارد.



الف) $y = \sqrt{x-3}$



The graph shows the function $y = \sqrt{x-3}$ plotted on a Cartesian coordinate system. The curve starts at the point $(3, 0)$ on the x-axis and extends upwards and to the right. A dashed line representing $y = \sqrt{x}$ is also shown for comparison. The x-axis has tick marks at 3 and 4. The y-axis has a tick mark at 1. The label $y = \sqrt{x-3}$ is placed near the curve, and $y = \sqrt{x}$ is placed near the dashed line.

خط افقی نمودار را در حد اکثر یک ^۳ نقطه قطع می کند پس یک بند است

$$y = \sqrt{x-1} \xrightarrow{(\cdot)^2} y^2 = x-1 \rightarrow x = y^2 + 1 \rightarrow$$

$$y = x^p + x^q, \quad D = [0, +\infty)$$

ج) $y = x^p - Kx + W \quad x \in [1, +\infty)$

اسی طرح $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$

$$C_{\omega} / y = y^p - f(y) + w = -1$$

فقط شاخه سمت راست الفه
پس هر خط افقی در حد $\frac{1}{2}$ یک نیمه قطع من کند پس یک به یک است

$$y = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 - 1 \rightarrow y = (x-2)^2 - 1$$

$$\rightarrow y+1 = (x-y)^4 \xrightarrow{\sqrt{}} +\sqrt{y+1} = x-y \rightarrow$$

ضابطہ معکوس $y = x + \sqrt{x+1} \rightarrow x + \sqrt{y+1} = x \rightarrow y = x + \sqrt{x+1}$

$$D = [-1, +\infty)$$

$$f(x) = x + \sqrt{x} \quad (0, +\infty)$$

$$y = x + \sqrt{x}$$

$$t = \sqrt{x} \rightarrow x = t^2$$

$$\rightarrow y = t^2 + t = \left(t + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} \rightarrow$$

$$y + \frac{1}{16} = \left(t + \frac{1}{4}\right)^2 \rightarrow \sqrt{y + \frac{1}{16}} = t + \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \sqrt{y + \frac{1}{16}} - \frac{1}{4} = t \rightarrow \sqrt{y + \frac{1}{16}} - \frac{1}{4} = \sqrt{x}$$

$$\rightarrow \left(\sqrt{y + \frac{1}{16}} - \frac{1}{4}\right)^2 = x \rightarrow y + \frac{1}{16} - \sqrt{y + \frac{1}{16}} + \frac{1}{16} = x$$

$$\rightarrow y = x - \sqrt{x + \frac{1}{16}} + \frac{1}{4} \leftarrow \text{ضابطه معکوس}$$

$$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x - c}$$

$$x + \frac{1}{16} - \sqrt{x + \frac{1}{16}}$$

$$\rightarrow a = 1$$

$$b = \frac{1}{16}$$

$$c = -\frac{1}{16}$$

$$\rightarrow a + 16b + 4c = 1 + 1 - 1 = 1$$

$$f(y) = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \quad D_f = x^2-2 > 0 \rightarrow |x| > \sqrt{2} \rightarrow x > \sqrt{2} \vee x < -\sqrt{2}$$

$$\text{اگر } y_1 = y_2 \rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \rightarrow x_1 \sqrt{x_2^2-2} = x_2 \sqrt{x_1^2-2}$$

$$\xrightarrow{(\quad)^2} x_1^2 (x_2^2-2) = x_2^2 (x_1^2-2) \rightarrow \cancel{x_1^2 x_2^2} - 2x_1^2 = \cancel{x_2^2 x_1^2} - 2x_2^2 \rightarrow$$

$$x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2 \quad \text{ولی } x_1 \text{ و } x_2 \text{ حتماً باید}$$

هم علامت باشند وگرنه از ابتدا امکان نداشت $y_1 = y_2$ باشد
لذا $x_1 = x_2$ بین تابع یک به یک است.

$$y \times \sqrt{x^2-2} = x \xrightarrow{(\quad)^2} y^2 (x^2-2) = x^2 \rightarrow$$

$$x^2 y^2 - 2y^2 = x^2 \rightarrow x^2 y^2 - x^2 = 2y^2 \rightarrow x^2 (y^2-1) = 2y^2$$

$$\rightarrow x^2 = \frac{2y^2}{y^2-1} \rightarrow x = \frac{\sqrt{2}|y|}{\sqrt{y^2-1}} \rightarrow y = \frac{\sqrt{2}|x|}{\sqrt{x^2-1}}$$

برای شواهد از f
که $x > \sqrt{2}$

$$f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{2}|x|}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$$

برای شواهد از f
که $x < -\sqrt{2}$

$$f^{-1}(x) = -\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$f(x) = \frac{x}{1+|x|} \quad g(x) = \sqrt{x} - 1 \quad -9$$

$$f\left(-\frac{r}{\omega}\right) \rightarrow \frac{x}{1+|x|} = -\frac{r}{\omega} \rightarrow (1+|x|)(-r) = \omega x$$

$$\rightarrow -r - r|x| = \omega x \rightarrow r|x| = -r - \omega x$$

$$\rightarrow \text{اگر } x > 0 \rightarrow rx = -r - \omega x \rightarrow vx = -r \rightarrow x = \frac{-r}{v} \quad \text{(ممنوعه است)}$$

$$\rightarrow \text{اگر } x < 0 \rightarrow -rx = -r - \omega x \rightarrow vx = -r \rightarrow x = \frac{-r}{v}$$

$$\rightarrow f\left(-\frac{r}{\omega}\right) = -\frac{r}{v}$$

$$g\left(-\frac{r}{\omega}\right) \rightarrow \sqrt{x} - 1 = -\frac{r}{\omega} \rightarrow \sqrt{x} = 1 - \frac{r}{\omega} = \frac{v}{\omega} \rightarrow$$

$$x = \frac{v^2}{\omega^2} \rightarrow g\left(-\frac{r}{\omega}\right) = \frac{v}{\omega}$$

$$\oplus \rightarrow = -\frac{r}{v} + \frac{v}{\omega} = \frac{-rv + v^2}{v\omega}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow y = \sqrt[3]{x-1} \xrightarrow{(\quad)^3} y^3 + 1 = x \quad -10$$

$$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} \quad \boxed{y = x^3 + 1 - f(x)}$$

$$g(x) = x^3 + 1 + \sqrt{x^3 + 1} = 12 \xrightarrow{\text{حل}} x = 2$$

$$\rightarrow \boxed{g^{-1}(12) = 2}$$