

Subject :

19, 5

مسئله سولفی لویه د حیدرانه B

۱- تابع دیکریک یعنی اگر y ها مساوی $\Leftarrow x$ ها مساوی

$$\text{الف) } r = n^2 - n \rightarrow n^2 - n - r = 0 \rightarrow (n-r)(n+1) = 0$$

$$\rightarrow n = r \text{ یا } n = -1$$

$$\boxed{m = 3} \text{ شرط دیکریک}$$

۲

$$\sim n = r \rightarrow f, \{(3, 2), (2, 5), (3, 2), (3, 2), (-1, 4)\}$$

$$\sim n = -1 \rightarrow f, \{(3, 2), (-1, 5), (3, 2), (-1, 4)\} \times$$

$$\rightarrow \boxed{n = 2}, \boxed{m = 3}$$

$$\text{شرط دیکریک} \rightarrow \boxed{r = m}$$

$$f, \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, 1), (a+2, n), (2, 3)\}$$

$$a = -1$$

$$f, \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (-1, 1), (1, n), (2, 3)\}$$

$$n = 2$$

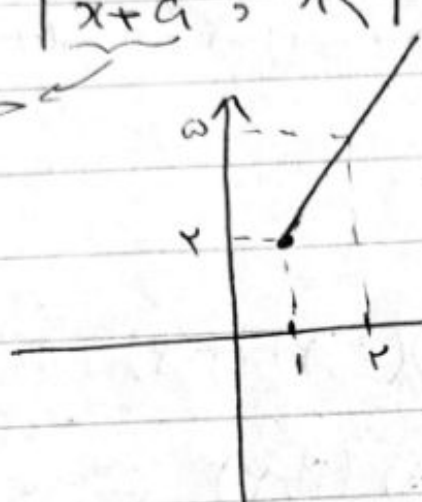
$$\Rightarrow \boxed{m = 2}, \boxed{n = 2}$$

-۲

۱,۷۵

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \geq 1 \\ x+a, & x < 1 \end{cases} \quad \frac{x}{y} \mid \frac{1}{2} \quad \frac{2}{a}$$

خط استیج مثبت است



برای اینکه هر خط افقی نمودار را در حدالتریک نقطه قطع کند باید

۲ ها را ضابطه هم کمتر از ۲ باشد ←

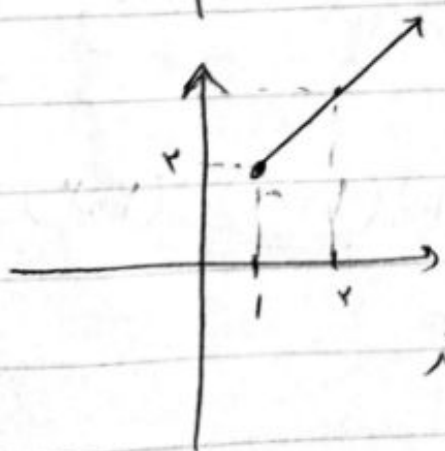
$$1+a < 2$$

$$a < 1$$

-۳

۲

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \geq 1 \\ ax+a-1, & x \leq 0 \end{cases} \quad \frac{x}{y} \mid \frac{1}{2} \quad \frac{2}{a}$$



$$a-1 < 2 \rightarrow a < 3$$

باید شیب خط هم مثبت باشد وگرنه خط افقی در آنجا قطع نکند

$$a > 0$$

$$0 < a < 3$$

پس

الف) $y = x^3 + 2$

اگر $y_1 = y_2 \rightarrow x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \xrightarrow{-2} x_1^3 = x_2^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{}} x_1 = x_2$

$x_1 = x_2 \rightarrow$ یک به یک است

$y = x^3 + 2 \rightarrow y - 2 = x^3 \rightarrow \sqrt[3]{y-2} = x \rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$

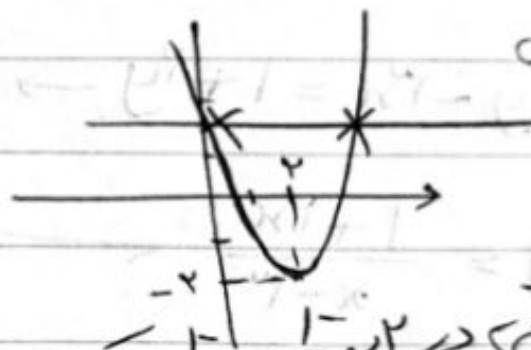
↑ ضابطه معکوس

$D = \mathbb{R}$
معکوس

ب) $y = x^2 - 4x + 2$

رأس $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$

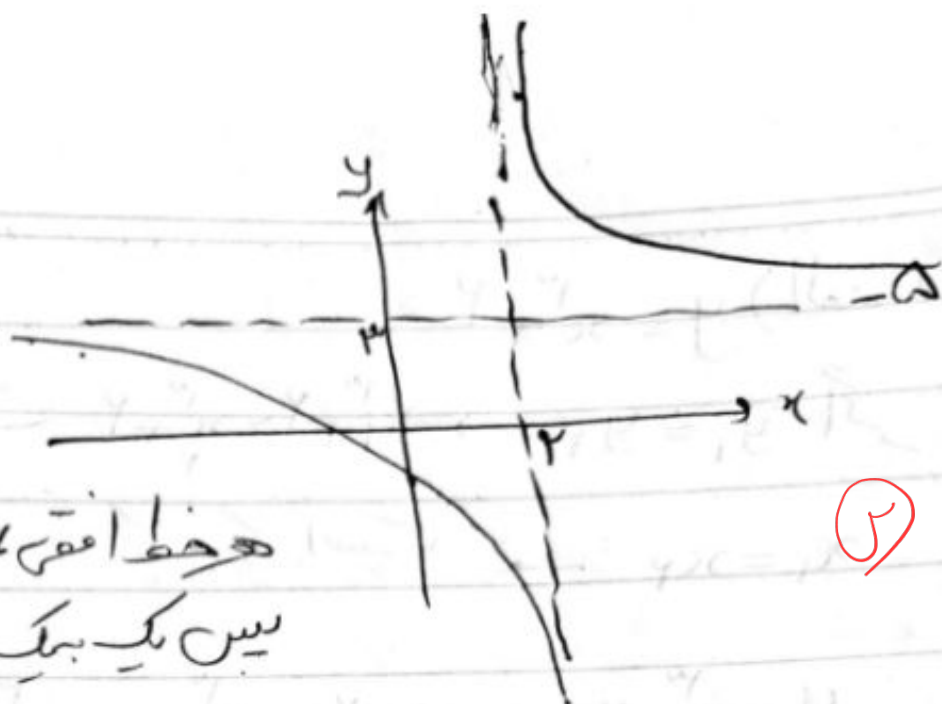
رأس $y = (2)^2 - 4(2) + 2 = -2$



خط افقی در انتظاف قطع کرده

پس یک به یک نیست پس معکوس ندارد

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$



۲

این یک بیگ است.

$$y = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow y(x-2) = 3x+1 \rightarrow xy - 2y = 3x+1$$

$$\rightarrow xy - 3x = 1 + 2y \rightarrow x(y-3) = 1 + 2y \rightarrow x = \frac{1+2y}{y-3}$$

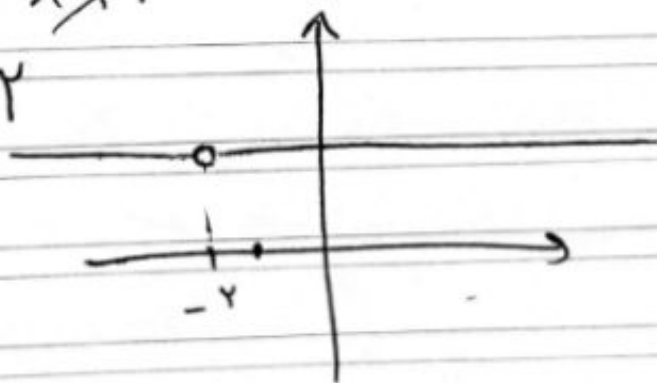
$$\rightarrow y = \frac{1+2x}{x-3}$$

$D = \mathbb{R} - \{3\}$
 معکوس ضابطه معکوس
 ! $\uparrow$

ب) $y = \frac{4+2x}{x+2} = \frac{2(2+x)}{x+2} = 2$

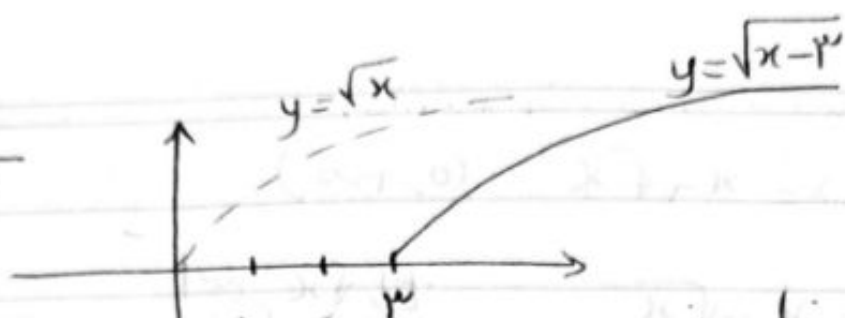
$y = 2$ و $x \neq -2$

تابع یک به یک نیست
معکوس ندارد.



الف) $y = \sqrt{x-3}$

-4



هذه خط افقي لمدار راد حداثتيه نصفه قطع من كنديس يك بيك است

$$y = \sqrt{x-3} \xrightarrow{()^2} y^2 = x-3 \rightarrow x = y^2 + 3 \rightarrow$$

$$y = x^2 + 3, D = [0, +\infty)$$

معكوس

ب) $y = x^2 - 4x + 3, x \in [1, +\infty)$

$$\text{راس } x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{راس } y = 2^2 - 4(2) + 3 = -1$$



فقط شاخه سمت راست الفه ۱-۰ قطع من كنديس يك بيك است

$$y = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1 \rightarrow y = (x-2)^2 - 1$$

$$\rightarrow y+1 = (x-2)^2 \xrightarrow{\sqrt{}} \sqrt{y+1} = x-2 \rightarrow$$

$$2 + \sqrt{y+1} = x \rightarrow y = 2 + \sqrt{x+1} \text{ ضابطه معكوس}$$

$$D = [-1, +\infty)$$

معكوس

$$f(x) = x + \sqrt{x} \quad (0, +\infty)$$

$$y = x + \sqrt{x}$$

$$t = \sqrt{x} \rightarrow x = t^2$$

$$\rightarrow y = t^2 + t = \left(t + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} \rightarrow$$

$$y + \frac{1}{16} = \left(t + \frac{1}{4}\right)^2 \rightarrow \sqrt{y + \frac{1}{16}} = t + \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \sqrt{y + \frac{1}{16}} - \frac{1}{4} = t \rightarrow \sqrt{y + \frac{1}{16}} - \frac{1}{4} = \sqrt{x}$$

$$\rightarrow \left(\sqrt{y + \frac{1}{16}} - \frac{1}{4}\right)^2 = x \rightarrow y + \frac{1}{16} - \sqrt{y + \frac{1}{16}} + \frac{1}{16} = x$$

$$\rightarrow y = x - \sqrt{x + \frac{1}{16}} + \frac{1}{4} \leftarrow \text{ضابطه معکوس}$$

$$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x - c}$$

$$x + \frac{1}{16} - \sqrt{x + \frac{1}{16}}$$

$$\rightarrow a = 1$$

$$b = \frac{1}{16}$$

$$c = -\frac{1}{16}$$

$$\rightarrow a + 16b + 16c = 1 + 1 - 1 = 1$$

$$f(y) = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \quad D_f = x^2-2 > 0 \rightarrow |x| > \sqrt{2} \rightarrow x > \sqrt{2} \vee x < -\sqrt{2}$$

$$\text{اگر } y_1 = y_2 \rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \rightarrow x_1 \sqrt{x_2^2-2} = x_2 \sqrt{x_1^2-2}$$

$$\xrightarrow{(\quad)^2} x_1^2(x_2^2-2) = x_2^2(x_1^2-2) \rightarrow \cancel{x_1^2 x_2^2} - 2x_1^2 = \cancel{x_2^2 x_1^2} - 2x_2^2 \rightarrow$$

$$x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2 \quad \text{ولی } x_1 \text{ و } x_2 \text{ حتماً باید}$$

هم علامت باشند وگرنه از ابتدا امکان نداشت $y_1 = y_2$ باشد
لذا $x_1 = x_2$ بین تابع یک به یک است.

$$y \times \sqrt{x^2-2} = x \xrightarrow{(\quad)^2} y^2(x^2-2) = x^2 \rightarrow$$

$$x^2 y^2 - 2y^2 = x^2 \rightarrow x^2 y^2 - x^2 = 2y^2 \rightarrow x^2(y^2-1) = 2y^2$$

$$\rightarrow x^2 = \frac{2y^2}{y^2-1} \rightarrow x = \frac{\sqrt{2}|y|}{\sqrt{y^2-1}} \rightarrow y = \frac{\sqrt{2}|x|}{\sqrt{x^2-1}}$$

برای شواهد از f که $x > \sqrt{2}$ است

$$f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{2}|x|}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$$

برای شواهد از f که $x < -\sqrt{2}$ است

$$f^{-1}(x) = -\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$$

یعنی هم علامت
بین متغیر به $\pm$ است

1,75

$$f(x) = \frac{x}{1+|x|} \quad g(x) = \sqrt{x} - 1 \quad -9$$

$$f\left(-\frac{\mu}{\omega}\right) \rightarrow \frac{x}{1+|x|} = -\frac{\mu}{\omega} \rightarrow (1+|x|)(-\mu) = \omega x$$

$$\rightarrow -\mu - \mu|x| = \omega x \rightarrow \mu|x| = -\mu - \omega x$$

$$\rightarrow \text{اگر } x > 0 \rightarrow \mu x = -\mu - \omega x \rightarrow \mu x = -\mu \rightarrow x = -\frac{\mu}{\mu} \quad \text{منفی است}$$

$$\rightarrow \text{اگر } x < 0 \rightarrow -\mu x = -\mu - \omega x \rightarrow \mu x = -\mu \rightarrow x = -\frac{\mu}{\mu}$$

$$\rightarrow f\left(-\frac{\mu}{\omega}\right) = -\frac{\mu}{\mu}$$

$$g\left(-\frac{\mu}{\omega}\right) \rightarrow \sqrt{x} - 1 = -\frac{\mu}{\omega} \rightarrow \sqrt{x} = 1 - \frac{\mu}{\omega} = \frac{\mu}{\omega} \rightarrow$$

$$x = \frac{\mu^2}{\omega^2} \rightarrow g\left(-\frac{\mu}{\omega}\right) = \frac{\mu}{\omega}$$

$$\oplus \rightarrow = -\frac{\mu}{\mu} + \frac{\mu}{\omega} = \frac{-\mu\omega}{\omega\mu}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow y = \sqrt[3]{x-1} \xrightarrow{(\quad)^3} y^3 + 1 = x \quad -1$$

$$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$$

$$y = x^3 + 1 - f(x)$$

5

$$g(x) = x^3 + 1 + \sqrt{x^3 + 1} = 12 \xrightarrow{\text{حل}} x = 2$$

$$\rightarrow \underline{g^{-1}(12) = 2}$$