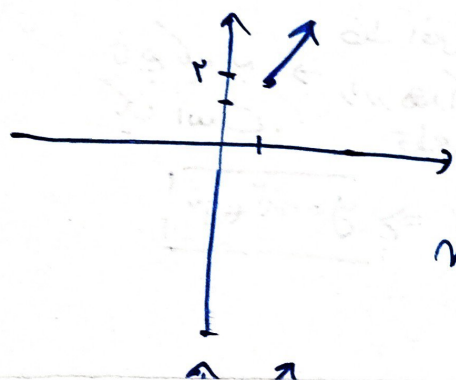


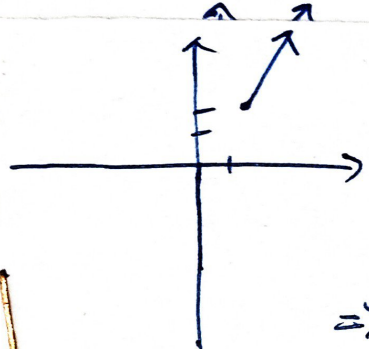
۱۴,۵

الف) $(3, 2), (3, n^2 - n) \Rightarrow n^2 - n = 2$ $n^2 - n - 2 = 0 \Rightarrow n = -1, 2$ ①
 $(3, 2), (m, 2) \rightarrow m = 2$
 $\Rightarrow n = 2$ ②

ب) $(2, 3), (m, 3) \rightarrow m = 2$ / $(a, 1), (-1, 1) \Rightarrow a = -1$ ③
 $(1, n) \Rightarrow n = 2$

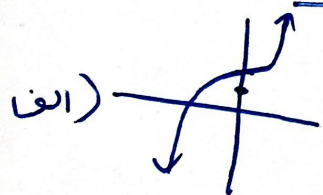


★ برای آنکه خط $y = x + a$ های افقی تابع را در حد داشته باشد ④
 نقطه قطع کند، عرض از مبدأ $y = x + a$ باید $x + a < 2$ باشد. ۱,۷۵
 $\Rightarrow 1 + a < 2 \Rightarrow a < 1$



شیب خط باید مثبت باشد تا دایره خط به سمت بالا نرفته و خط افقی آن را در حد داشته باشد. ⑤
 همچنین عرض از مبدأ باید از ۲ کوچکتر باشد.
 $\Rightarrow a > 0$ و $a - 1 < 2 \Rightarrow a < 3$ ۱,۷۵
 $\rightarrow a < 3$

★ $\rightarrow a < 12$



الف) هیچ خط افقی ای ندارد. $y = x^3 + 2$ یک به یک ⑥
 تابع را بر بیش از یک نقطه قطع نکند. $x = y^3 + 2$ ⑦

$\Rightarrow y^3 = x - 2 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x - 2}$

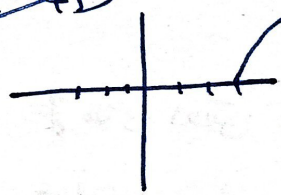
یک سهمی، به سمت این که خطوط افقی را بیش از آن نقطه سهمی را قطع می کنند (یا به عبارتی به ازای x یک y دهد یک به یک نیست و امکان معکوس کردن ندارد.

الف) تابعی هودرغنی $y = \frac{3x+1}{x-2}$ است پس $x \neq 2$ است. $yx - 2y = 3x + 1 \rightarrow yx - 3x = 2y + 1$

$\Rightarrow x(y-3) = 2y+1 \rightarrow x = \frac{2y+1}{y-3}$ معکوس $y = \frac{2x+1}{x-3}$

ب) $y = \frac{2x+4}{x+2} = \frac{2(x+2)}{(x+2)} = y = 2$ یک به یک نیست

الف) $y = \sqrt{x-3}$



$\Rightarrow$ خط افقی این نمودار را در هر دو نقطه قطع می کند. تابع یک به یک است.

$y = \sqrt{x-3}$ معکوس $x = \sqrt{y-3} \rightarrow x^2 = y-3 \Rightarrow y = x^2 + 3$

ب) $\frac{-b}{2a} = \frac{r}{1} = 2 \Rightarrow$ در دایره $[2, +\infty)$ یک به یک

$y = x^2 - 4x + 3 + 1 - 1 = (x-2)^2 - 1$ معکوس $x = (y+1)^2 - 1$

$\Rightarrow (y+1)^2 = x+1 \Rightarrow y+1 = \sqrt{x+1} \Rightarrow y = \sqrt{x+1} + 1$
 $D = [-1, +\infty)$

$y = x + \sqrt{x} \rightarrow y = x + \sqrt{x} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \Rightarrow y = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

$\Rightarrow y = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$ معکوس $x = (\sqrt{y} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

$x + \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{2})^2 \Rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{4}} = \sqrt{y} + \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} = \sqrt{y} \Rightarrow y = (\sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2})^2$

$y = x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}} = x + \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

$a+2b+c=$

$am+b-\sqrt{m-c}$

$1+1-1=1$

$a=1, b=\frac{1}{2}, c=\frac{1}{4}$

1) برای ساده تر شدن فرم سوال، $\alpha = \beta$ و n_1, n_2 را با β نشان می دهیم.

$$f(n_1) = f(n_2) \rightarrow \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1} = \frac{\beta^2}{\beta^2 - 1}$$

$$\Rightarrow \cancel{\alpha^2 \beta^2} - \beta^2 = \cancel{\alpha^2 \beta^2} - \alpha^2 \Rightarrow -\beta^2 = -\alpha^2 \Rightarrow \beta^2 = \alpha^2 \Rightarrow n_2 = \pm n_1$$

~~این جواب به عنوان جوابی که می دهیم~~

به علت به توان ۲، ساندن جواب زاویه داریم و تابع y به یک است.

$$y = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \xrightarrow{\text{عکوس}} n = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 1}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} n^2 = \frac{y^2}{y^2 - 1}$$

$$y^2 n^2 - n^2 = y^2 \Rightarrow y^2 n^2 - y^2 = n^2$$

$$\Rightarrow y^2 (n^2 - 1) = n^2 \Rightarrow y^2 = \frac{n^2}{n^2 - 1} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

9) ~~ما می توانیم با داشتن ضابطه عکوس تابع، $y = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$ مقدار خواسته شده به ازای x در تابع وارون را محاسبه~~
 مقدار x در تابع عکس به این قرار داده شده قرار دهیم.
 ما می نشود

$$\Rightarrow f^{-1}(n) = \frac{n}{1 + |n|} \xrightarrow{f(-\frac{2}{5})} = \frac{n}{1 + |n|} = -\frac{2}{5}$$

$$2 + 2|n| = -5n \xrightarrow{n < 0} 2|n| + 5n = -2 \xrightarrow{n < 0} -2n + 5n = -2 \Rightarrow 3n = -2 \Rightarrow n = -\frac{2}{3}$$

$$g(n) = \sqrt{n^2 - 1} \xrightarrow{g^{-1}(-\frac{2}{5})} \sqrt{n^2 - 1} = -\frac{2}{5} \rightarrow \sqrt{n^2} = \frac{10}{5} \rightarrow n = \frac{9}{25}$$

$$f(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5}) = -\frac{2}{5} + \frac{9}{25} = -\frac{23}{25}$$

$$f^{-1}(n) = \sqrt[n]{n-1} \rightarrow y = \sqrt[n]{n-1} \text{ اوكى, } y^n = n = \sqrt[n]{y-1} \quad (10)$$

$$\Rightarrow n^n = y-1 \rightarrow y = n^n + 1 = f(n) \quad (y)$$

$$g(n) = f(n) + \sqrt{f(n)} = n^n + 1 + \sqrt{n^n + 1}$$

$$n \rightarrow 1 \quad g^{-1}(12) = n^n + 1 + \sqrt{n^n + 1} = 12 \quad \sqrt{n^n + 1} = t$$

$$t^2 + t = 12 \rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t + 4)(t - 3)$$

$$\Rightarrow t = -4, 3 \Rightarrow \sqrt{n^n + 1} = 3 \rightarrow n^n + 1 = 9$$

ف غنى ق فون ايكاد
هواره عبه

$$\Rightarrow n^n = 8 \quad \boxed{n = 2}$$