

بافتن رشته B

شماره ۱۰

مسئله مداری

تعداد n را تعیین کنید تا تابع یک به یک باشد؟

$$f = \{(k, 2), (n, a), (r, n^2 - n), (m, 2), (-1, a)\} \rightarrow f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (m, 2)\}$$

$$n^2 - n = 2 \quad n^2 - n - 2 = 0$$

$$(n-2)(n+1) = 0$$

$$\boxed{n=2} \quad n=-1 \quad \text{رد}$$

$$\boxed{m=2}$$

$$m=2 \rightarrow m-1 \rightarrow 2-1=1 \quad (a, 1) \Rightarrow a=-1$$

$$a=-1 \rightarrow a+2 \Rightarrow -1+2=1 \quad (1, n) \Rightarrow \boxed{n=2}$$

$$f_{(m)} = \begin{cases} m-1, & x > 1 \\ x+a, & x < 1 \end{cases}$$

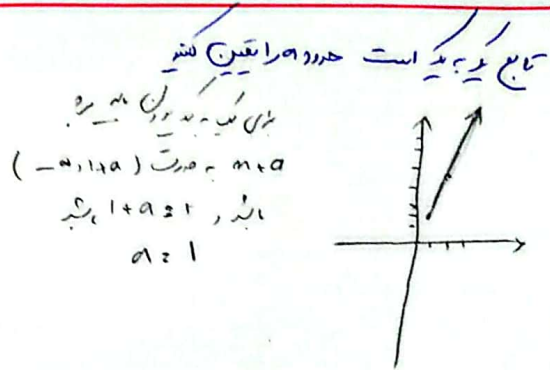
$$m=1 \Rightarrow m+a < 2$$

$$1+a < 2$$

$$a < 1$$

ماری می بیند ماری می بیند ماری می بیند

$$\boxed{a \leq 1}$$



2

$$f_{(m)} = \begin{cases} m-1, & m > 1 \\ a+m-1, & m < 1 \end{cases}$$

بر $(1, a+m)$ است
تقاطع یک نقطه است

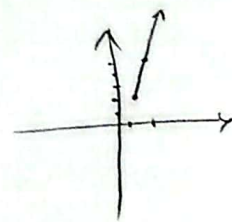
این تابع یک به یک است

در این خط می بیند

این خط می بیند

$$0 < a < 2$$

تابع یک به یک است در هر دو ناحیه شش



3

ماری می بیند ماری می بیند در صورت امکان ماری می بیند

الف $y = n^2 + 2$

$$y = y_2 \rightarrow m_1 = m_2$$

$$m_1^2 + 2 = m_2^2 + 2$$

$$m_1 = m_2 \rightarrow n^2 = 0 \rightarrow n = 0$$

$$n = \sqrt{y-2} \Rightarrow y = n^2 + 2$$

$$f^{-1}(n) = \sqrt{n-2}$$

ب $y = n^2 - 4n + 2$ کمی

$$y_1 = y_2 \rightarrow m_1 = m_2$$

$$m_1^2 - 4m_1 + 2 = m_2^2 - 4m_2 + 2$$

$$m_1 = \pm m_2$$

در این خط می بیند

4

الف $y = \frac{m+1}{n-2}$

$$y_n - y_g = \frac{m+1}{n-2} \rightarrow n(y-2) = m+1$$

$$n = \frac{m+1}{y-2} \Rightarrow y = \frac{m+1}{n-2}$$

$$f^{-1}(m) = \frac{m+1}{n-2}$$

ب $y = \frac{4+m}{n+2}$

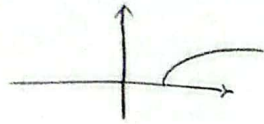
$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{ad}{bc} \Rightarrow ad = bc$$

در این خط می بیند

5

که یک تابع زوج باشد و در صورت امکان معکوس تابع را بیابید

الف) $y = \sqrt{x-2}$



$$y = \sqrt{x-2} \rightarrow x = \sqrt{y+2}$$

$$x^2 = y+2 \rightarrow y = x^2-2 \Rightarrow$$

$$f^{-1}(x) = x^2+2 \quad x \geq 0$$

ب) $y = x^2-4x+3 \quad x \in [2, +\infty)$

توجه: دامنه معکوس تابع

$$y = (x-2)^2-1 \Rightarrow x-2 = \pm \sqrt{y+1}$$

$$x = \pm \sqrt{y+1} + 2$$

$$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+1}$$



نکته: چون دامنه $x \geq 2$ است پس معکوس تابع را از $x \geq 2$ بیابید

پیدا کردن معکوس: $f^{-1}(x) = ax+b+\sqrt{x-c}$ در صورت $(0, +\infty)$ $f(x) = x + \sqrt{x}$

$$y = x + \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 - \frac{1}{x}$$

$$x = (\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}})^2 - \frac{1}{y} \rightarrow x + \frac{1}{y} = (\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}})^2 \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x + \frac{1}{y}} - \frac{1}{\sqrt{y}}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه}} y = x + \frac{1}{y} + \frac{1}{y} - \sqrt{x + \frac{1}{y}} \Rightarrow f^{-1}(x) = x + \frac{1}{y} - \sqrt{x + \frac{1}{y}}$$

$$1 + 2(\frac{1}{\sqrt{2}}) + 4(-\frac{1}{\sqrt{2}}) \Rightarrow \boxed{1}$$

$$a=1 \quad b=\frac{1}{\sqrt{2}} \quad c=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

که یک تابع زوج باشد و در صورت امکان معکوس تابع را بیابید

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2}$$

$$x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 = x_2^2 x_1^2 - 2x_2^2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \Rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2 y^2 - 2y^2 = y^2 \Rightarrow y^2 x^2 - y^2 = 2y^2$$

$$y^2 = \frac{2x^2}{x^2-1} \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|}$$

$$g \text{ وارثه} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow x, y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$g(x) = \sqrt{x-1}$$

$$\sqrt{x-1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$f(-\frac{1}{\sqrt{2}}) + g^{-1}(-\frac{1}{\sqrt{2}}) = ?$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} = f(x) \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{x}{1+|x|}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}$$

$$\frac{x}{1+|x|} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{2}} - |x| \Rightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{2}} - (-\frac{1}{\sqrt{2}}) \Rightarrow x = 0$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$$

$$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$$

$$g^{-1}(12) = ?$$

$$12 = g(x)$$

$$y = \sqrt{x-1} \Rightarrow x = \sqrt{y+1} \Rightarrow x^2 = y+1 \Rightarrow x^2+1 = y$$

$$f(x) = x^2+1$$

$$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} = 12$$

$$f(x) = 4 \quad x^2+1 = 4 \quad x^2 = 3 \quad |x| = \sqrt{3}$$