۱۹٫۵

نام و نام خانوادگی: مهیار الیاسی   پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۵   کلاس: یازدهم تجربی B

۱

الف) $f=\{(3,2),(n,5),(3,n^2-n),(m,2),(-1,4)\}$

$n^2-n=2 \quad n^2-n-2=0 \quad (n-2)(n+1)=0 \longrightarrow \boxed{n=2}$ ✓ یا $n=-1$ ✗ $\quad \boxed{m=3}$

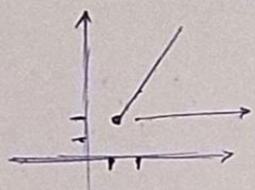
ب) $f=\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$

$m=2 \longrightarrow a=-1 \quad \boxed{n=2} \quad f[(-1,1),(1,2),(2,3)]$

(۲)

۲

$f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 1\\ x+a & x<1\end{cases}$



بالاترین نقطه ۲

$x+a\leq 2 \longrightarrow 1+a\leq 2 \quad \boxed{a\leq 1} \quad (-\infty,1]$

(۲)

۳

$f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 1\\ ax+a-1 & x<1\end{cases}$

↳ ① $a>0 \quad a-1<2 \quad$ ② $a<3 \longrightarrow \boxed{0<a<3}$

↳ $a<0$ ✗ $\quad a-1>2 \quad a>3$ ✗

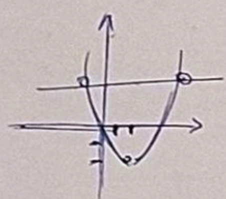
(۲)

۴

الف) $y=x^3+2 \quad \begin{cases}y=x_1^3+2\\ y=x_2^3+2\end{cases} \longrightarrow x_1^3+\cancel{2}=x_2^3+\cancel{2} \quad x_1^3=x_2^3 \quad x_1=x_2$ یک به یک است ✓

$\longrightarrow x=y^3+2 \quad y^3=x-2 \quad y=\sqrt[3]{x-2}$

ب) x^2-4x+2 سهمی - یک به یک نیست ✗ $\quad \frac{-b}{2a}=2 \quad y=-2$



(۲)

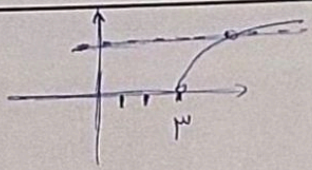
۵

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ هموگرافیک یک به یک است ✓ $\quad x=\frac{3y+1}{y-2} \quad y(x-3)=1+2x \quad y=\frac{2x+1}{x-3}$

ب) $y=\frac{4+2x}{x+2} \quad \frac{2(2+x)}{x+2}=2 \quad x\neq -2$ تابع ثابت یک به یک نیست ✗

(۲)

الف) $y=\sqrt{x-۳}$

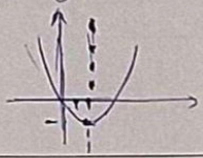


یک به یک است ✓ $f^{-1}(x)\Rightarrow x=\sqrt{y-۳}$ $x^{۲}=y-۳$

$y=x^{۲}+۳$

۲ ۶

ب) $y=x^{۲}-۴x+۳$ $x\in[۲,+\infty)$



یک به یک است ✓ $x=y^{۲}-۴y+۳$ $x=(y-۲)^{۲}-۱$ $y=۲\pm\sqrt{x+۱}$

$\xrightarrow{x=y}$ $f^{-1}(x)=۲+\sqrt{x+۱}$

$f(x)=x+\sqrt{x}$ $y=x+\underbrace{\sqrt{x}}_{t}$ $y=t^{۲}+t$ $t^{۲}+t-y=0$ $t=\frac{-۱+\sqrt{۱+۴y}}{۲}$

$t=\sqrt{x}\longrightarrow y=\left(\frac{-۱+\sqrt{۱+۴y}}{۲}\right)^{۲}\longrightarrow \frac{۱+۴x-۲\sqrt{۱+۴x}+۱}{۴}=\frac{۴x+۲-۲\sqrt{۱+۴x}}{۴}$ ۲ ۷

$x+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}\sqrt{۱+۴x}\xrightarrow{ax+b-\sqrt{x-c}} x+\frac{۱}{۲}-\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}$

$a=۱$ $b=\frac{۱}{۲}$ $c=-\frac{۱}{۴}$

$a+۲b+۴c=۱+\cancel{۲}\times\frac{۱}{\cancel{۲}}+\cancel{۴}\times\frac{-۱}{\cancel{۴}}=\boxed{۱}$

$y=\frac{x}{\sqrt{x^{۲}-۲}}$ $\begin{cases}\frac{x_۱}{\sqrt{x_۱^{۲}-۲}}=y\\ \frac{x_۲}{\sqrt{x_۲^{۲}-۲}}=y\end{cases}$ $\frac{x_۱^{۲}}{x_۱^{۲}-۲}=\frac{x_۲^{۲}}{x_۲^{۲}-۲}$ $x_۱^{۲}x_۲^{۲}-۲x_۱^{۲}=x_۱^{۲}x_۲^{۲}-۲x_۲^{۲}$ ۱٫۵

$x_۱^{۲}=x_۲^{۲}\xrightarrow{\text{هم علامت } x,y} x_۱=x_۲$

یک به یک است ✓ ۸

$f^{-1}(x)\Rightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^{۲}-۲}}$ $x\sqrt{y^{۲}-۲}=y$ $x^{۲}(y^{۲}-۲)=y$ $y=\pm\frac{x}{x^{۲}-x}$

$\xrightarrow{\text{هم علامت } x\Leftarrow y}$ $y=+\cancel{\frac{x}{x^{۲}-x}}$ $y=\frac{\sqrt{۲}x}{\sqrt{x^{۲}-۱}}$

$f^{-1}(x)=\frac{x}{۱+|x|}$ $\to y=\frac{x}{۱+x}$ $y+yx=x$ $y=\frac{x}{۱-x}$ ✗

$\to y=\frac{x}{۱-x}$ $y-yx=x$ $y=\frac{x}{۱+x}$ $(-\frac{۲}{۵})$ ✓ ۲

$g(x)=\sqrt{x}-۱$ $\sqrt{x}=y-۱$ $y=(x+۱)^{۲}$ ۹

$f(-\frac{۲}{۵})+g^{-1}(-\frac{۲}{۵})\Rightarrow \frac{-\frac{۲}{۵}}{۱-\frac{۲}{۵}}+(-\frac{۲}{۵}+۱)^{۲}=-\frac{۲}{۳}+\frac{۹}{۲۵}=\boxed{-\frac{۲۳}{۷۵}}$

$f^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-۱}$ $y=x^{۳}+۱$ $g(x)=f(\sqrt{x})+\sqrt{f(x)}\Rightarrow x^{۳}+۱+\underbrace{\sqrt{x^{۳}+۱}}_{t}$

$y=t^{۲}+t$ $t^{۲}+t-y=0$ $t=\frac{-۱+\sqrt{۱+۴y}}{۲}$ $t=x^{۳}+۱$ $x=\sqrt[۳]{t^{۲}-۱}$ ۲

$x=\sqrt[۳]{\left(\frac{-۱+\sqrt{۱+۴y}}{۲}\right)^{۲}-۱}\xrightarrow{g^{-1}(۱۲)}\sqrt[۳]{\left(\frac{-۱+\sqrt{۴۹}}{۲}\right)^{۲}-۱}=\sqrt[۳]{(۳)^{۲}-۱}=\sqrt[۳]{۸}=\boxed{۲}$ ۱۰