

داده شده شکرانی

(بازدهم دخی B)

$$f = \{(3, 2), (n, 5), (3, n^2 - n), (m, 2), (-1, 4)\}$$

$$n^2 - n = 2$$

$$n^2 - n - 2 = 0$$

$$(n-2)(n+1) = 0 \Rightarrow n = 2 \text{ یا } n = -1$$

$$m = 3$$

$$f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (m, 2)\}$$

$$(a, 1)$$

$$a = -1$$

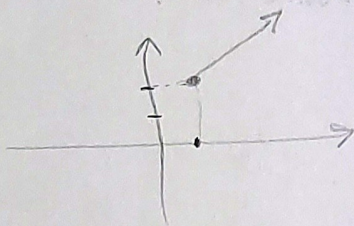
$$(1, h)$$

$$m = 2$$

$$\rightarrow n = 2$$

$$f(n) = \begin{cases} 3n - 1 & ; n \geq 1 \\ n + a & ; n \leq 1 \end{cases}$$

$$a = ?$$



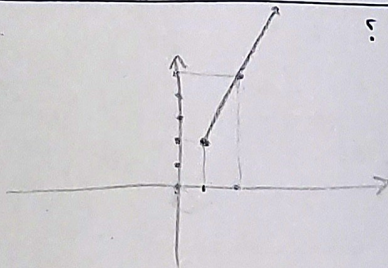
تابع متناهی یک به یک است

$$\begin{aligned} n + a &\leq 2 \\ n=1 &\rightarrow 1 + a \leq 2 \\ a &\leq 1 \end{aligned}$$

مقادیر ممکن برای a عبارتند از:

$$f(n) = \begin{cases} 3n - 1 & ; n \geq 1 \\ an + a - 1 & ; n \leq 1 \end{cases}$$

تابع متناهی یک به یک است = عدد a ؟



$$\left. \begin{aligned} a &> 0 \\ a - 1 &< 2 \\ a &< 3 \end{aligned} \right\} n \rightarrow 0 < a < 3$$

$$y = n^3 + 2 \quad y_1 = y_2 \rightarrow n_1 = n_2$$

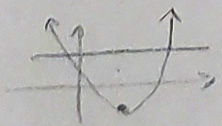
یک به یک بودن، اگر ممکن فضا به معکوس

$$n_1^3 + 2 = n_2^3 + 2 \rightarrow n_1 = n_2 \quad \checkmark \text{ یک به یک است}$$

$$n = y^3 + 2 \rightarrow \sqrt[3]{n-2} = y \quad f(n)^{-1} = \sqrt[3]{n-2}$$

$$b) y = n^2 - 2n + 2$$

ممکن است یک به یک نباشد



خط افقی
دو بار قطع
میشود

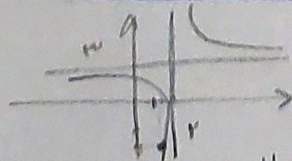
$$\begin{aligned} n_1^2 - 2n_1 + 2 &= n_2^2 - 2n_2 + 2 \\ n_1 &= \pm n_2 \end{aligned}$$

$$a) y = \frac{n^2 + 1}{n - 2}$$

$$n = \frac{d}{c} = 2$$

$$y = \frac{a}{c} = 3$$

$$\rightarrow y = \frac{r + 2m}{n + 2} = 3$$



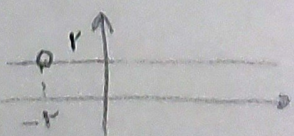
یک به یک بودن، اگر ممکن فضا به معکوس
تابع یک به یک است

$$y_1 - y_2 = 3 \Rightarrow n_1 - n_2 = 3$$

$$y_1 - y_2 = 3 \Rightarrow n_1 - n_2 = 3$$

$$n(y - 3) = 2y + 1 \Rightarrow n = \frac{2y + 1}{y - 3}$$

یک به یک



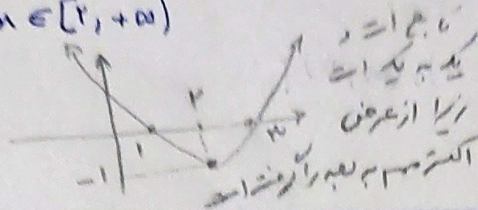
الف) $y = \sqrt{x-1}$ مشتق اول

$y = g \rightarrow m_1 = m_2$
 $\sqrt{x_1-1} = \sqrt{x_2-1}$
 $x_1-1 = x_2-1$
 $x_1 = x_2$

$g' = x-1 \rightarrow x = y^2+1 \rightarrow f(m) = x^2+1 \quad x \geq 0$
 در x, y عوض

ب) $y = x^2 - 4x + 3, x \in [1, +\infty)$

$\left| \frac{dy}{dx} \right| = 2$
 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -1$



$y = (x-2)^2 - 1$
 $y+1 = (x-2)^2$
 $\pm\sqrt{y+1} + 2 = x \rightarrow f(m) = \pm\sqrt{m+1} + 2$
 چون دامنه x را $[2, +\infty)$ داریم پس $f(m) = \sqrt{m+1} + 2$

داریم $a+b+c=?$ $f^{-1}(m) = a\sqrt{m} + b - \sqrt{m-1} \Rightarrow m \in (1, +\infty)$ پس $f(m) = m + \sqrt{m}$

$g \cdot m + \sqrt{m} = (\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}})^2 - \frac{1}{\sqrt{m}}$

$x = (\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}})^2 - \frac{1}{\sqrt{y}}$

$x + \frac{1}{\sqrt{y}} = (\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}})^2$
 $\sqrt{x + \frac{1}{\sqrt{y}}} = \sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}} \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{\sqrt{y}}} - \frac{1}{\sqrt{y}} = \sqrt{y}$

$1 + 2(\frac{1}{\sqrt{y}}) + f(-\frac{1}{\sqrt{y}}) = 1$

$a=1 \quad b=\frac{1}{\sqrt{y}} \quad c=-\frac{1}{\sqrt{y}}$

$x + \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{y}} - \sqrt{x + \frac{1}{\sqrt{y}}} = y$
 $f(m) = x + \frac{1}{\sqrt{y}} - \sqrt{x + \frac{1}{\sqrt{y}}}$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

$y_1 = g_1 \rightarrow \frac{m_1}{\sqrt{m_1^2-1}} = \frac{m_2}{\sqrt{m_2^2-1}} \rightarrow \frac{m_1^2}{m_1^2-1} = \frac{m_2^2}{m_2^2-1}$

یک به یک برآید و ضابطه تابع ممکن است

$m_1^2 m_2^2 - m_1^2 = m_1^2 m_2^2 - m_2^2$
 $m_1 = \pm m_2$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \rightarrow y^2 = \frac{x^2}{x^2-1}$
 $f^{-1} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{y}$
 $x = \pm \sqrt{\frac{y^2}{1-y^2}}$

$y^2 m^2 - 1 = y^2$
 $y^2 m^2 - m^2 = 1$
 $m^2 (y^2 - 1) = 1$

از m_1, m_2 هر کدام از دو حالت
 ممکن داشته باشند، این به عدد اینکه
 در آن دو رابطه هم در آمده
 $\Rightarrow m_1 = m_2$

$f^{-1}(m) = \frac{x}{1+|m|}$

$\frac{-1}{0} = f(m)^{-1} \text{ در } x \rightarrow \frac{x}{1+|m|} = \frac{-1}{0} \quad \partial m = -1 - 1/m$

$g(m) = \sqrt{m} - 1$

$f(\frac{-1}{0}) + g^{-1}(\frac{-1}{0}) = ?$

$g^{-1} = \frac{1}{2} \rightarrow \sqrt{m} - 1 = \frac{-1}{0} \quad \sqrt{m} = \frac{1}{0} \quad m = \frac{1}{0}$

$\partial m = -1 + 1/m$
 $m = \frac{-1}{1/m}$

$f(\frac{-1}{0}) + g^{-1}(\frac{-1}{0}) = \frac{-1}{0} + \frac{1}{0} = \frac{-1+1}{0} = \frac{0}{0}$

$f^{-1}(m) = \sqrt{m-1}$

$y = \sqrt{m-1}$

$y^2 = m-1$

$y^2 + 1 = m$

$f(m) = m^2 + 1$

$g(m) = f(m) + \sqrt{f(m)}$

$g^{-1}(11) = ?$

$f(m) + \sqrt{f(m)} = 11$

$f(m) = 9$

$m^2 + 1 = 9$

$m = 2$