نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱... کلاس ...یازدهم تجربی...

۱

الف) $f=\{(3,2),(n,5),(3,n^2-n),(m,2),(1,2),(4,1)\}$

$n^2-n=2 \to n^2-n-2=0 \to (n-2)(n+1)=0 \to n=-1,\ 2$

$n=-1 \to (-1,1)\ (-1,4)$ غ ق ق × تابع نیست

$n=2 \to n^2-n=2 \to 3=m$

$\underline{m=3,\ n=2}$

ب) $f=\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$

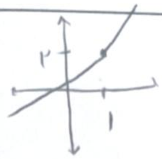
$m=2 \to m-1=1 \to a=-1$

$a+2=1 \to n=2$

$\underline{a=-1,\ n=2}$

۲

$f(x)=\begin{cases}3x-1 & ; x\geq 1\\ x+a & ; x<1\end{cases}$



$\to x=1 \quad 3x-1=2$

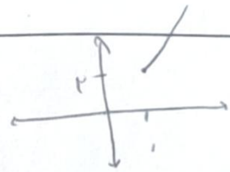
$x+a=2 \to x=1 \to \underline{a=1}$

$\max a=1 \to \min a=-\infty \to \underline{a\in(-\infty,1]}$

۳

$f(x)=\begin{cases}3x-1 & ; x\geq 1\\ ax+a-1 & ; x<1\end{cases} \to x=1,\ y=2$

$\to x=0 \to y=a-1$



همچنین شیب باید مثبت شود

$a-1<2 \to a<3$ (1)

چون تابع یک به یک نمی‌شود

$a>0$ (2)

$(1)\cap(2) \to 0<a<3 \to \underline{a\in(0,3)}$

۴

الف) $y=x^3+2 \to y=x_1^3+2,\ y=x_2^3+2$

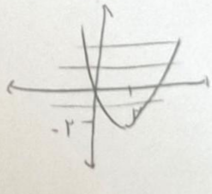
$x_1^3+\cancel{2}=x_2^3+\cancel{2} \to x_1^3=x_2^3 \to x_1=x_2$ تابع یک به یک است ✓

$x=y^3+2 \to y^3=x-2 \to y=\sqrt[3]{x-2}$

$\underline{f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-2}}$

ب) $y=x^2-4x+2$

$\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2 \to y=-2$



تابع یک به یک نیست چون سهمی است ×

۵

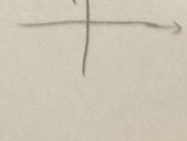
الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ → تابع یک به یک است → تابع معکوس دارد ✓

$\frac{3x+1}{x-2}=y \to x=\frac{-2y-1}{y-3}=\frac{2y+1}{y-3}$

$\underline{f^{-1}(x)=\frac{2x+1}{x-3}}$

ب) $y=\frac{4+2x}{x+2}=\frac{2\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}}=2$

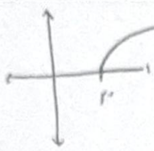
$y=2$



یک به یک نیست ×

۶

الف) $y = \sqrt{x-3} \rightarrow$ یک به یک است

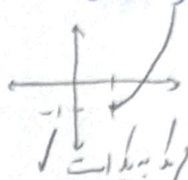


$(x = \sqrt{y-3})^2 \rightarrow x^2 = y-3 \rightarrow y = x^2+3$

$f^{-1}(x) = x^2+3$

ب) $y = x^2 - 4x + 3 \quad x \in [2, +\infty)$

$\frac{-b}{2a} = 2 \;,\; y = -1$



تابع یک به یک است

$x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$

$x = (y-2)^2 - 1 \rightarrow (y-2)^2 = x+1$

$y - 2 = \sqrt{x+1} \rightarrow y = \sqrt{x+1} + 2 = f^{-1}(x)$

۷

$f(x) = x + \sqrt{x} \rightarrow x = y + \sqrt{y} \rightarrow \sqrt{y} = t \rightarrow x = t^2 + t \rightarrow x = (t+\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

$x + \frac{1}{4} = (t+\frac{1}{2})^2 \rightarrow t + \frac{1}{2} = \sqrt{x+\frac{1}{4}} \rightarrow (t = \sqrt{x+\frac{1}{4}} - \frac{1}{2})^2 =$

$y = x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \sqrt{x+\frac{1}{4}} = x + \frac{1}{2} - \sqrt{x+\frac{1}{4}} \rightarrow a = 1 \;,\; b = \frac{1}{2} \;,\; c = \frac{-1}{4}$

$a + 2b + 4c = 1 + 1 - 1 = 1$

۸

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \rightarrow \left(\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}\right)^2 = \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2}$

$\cancel{x_1^2 x_2^2} - 2x_1^2 = \cancel{x_2^2 x_1^2} - 2x_2^2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2$ ✗

دارای یک جواب نمی‌تونه x^2 مختلف العلامت باشد برای $x_1 = x_2$

$f^{-1}(x) \rightarrow \left(x = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}}\right)^2 = x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \rightarrow y^2 = -\frac{-2x^2}{x^2-1} = \frac{2x^2}{x^2-1} = y^2$

$y = \pm\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}$ منفی نمیشه $\rightarrow$ $y = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}}$

۹

$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \qquad g(x) = \sqrt{x} - 1 \rightarrow \sqrt{x} - 1 = \frac{-2}{5} \rightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = \frac{9}{25}$

$\frac{x}{1+|x|} = \frac{-2}{5}$ $|x|+1$ که مثبت پس x باید منفی باشه تا جواب عبارت منفی بشه $\rightarrow$ $5x = -2 - 2|x| \rightarrow 5x = -2 + 2x$

$|x| = -x$

$3x = -2 \rightarrow x = \frac{-2}{3} \rightarrow \frac{9}{25} - \frac{2}{3} = \frac{-23}{75}$

۱۰

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} \;,\; g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} \rightarrow f(x) \rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow$

$x^3 = y - 1 \rightarrow y = x^3+1 \rightarrow g(x) = \underbrace{x^3+1}_{} + \underbrace{\sqrt{x^3+1}}_{t} \rightarrow t^2 + t$

$t^2 + t = 12 \rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \rightarrow t = 3$

$t = -4$ ✗ رادیکال منفی نمیشه

$\sqrt{x^3+1} = 3 \rightarrow x^3 + 1 = 9 \rightarrow x = 2 \quad g^{-1}(12) = 2$