

الف) $f = \{(3, 2)(n, 5)(3, n^2 - n)(m, 2)(-1, 4)\}$ $n^2 - n = 2 \Rightarrow n(n-1) = 2 \Rightarrow n = 3 \mid m = 3 \mid$

ب) $f = \{(-1, 1)(1, 2)(2, 3)(a, m-1)(a+2, n)(m, 3)\}$ $m = 2 \mid a = -1 \mid n = 2$

$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x \geq 1 \\ x+a & x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [2, +\infty) \\ (-\infty, 1] \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x \geq 1 \\ ax+a-1 & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [2, +\infty) \\ a < 0 \Rightarrow a-1 < 2 \Rightarrow a < 3 \Rightarrow a < 0 \end{cases}$

$a < 0 \Rightarrow a = -\infty \Rightarrow a = (0, 3)$

$a = 0 \Rightarrow$ خط است و یک به یک نیست

الف) $y = x^3 + 2 \Rightarrow y = x_1^3 + 2 \Rightarrow y = x_2^3 + 2 \Rightarrow x_1^3 = x_2^3 \Rightarrow x_1 = x_2$ یک به یک ✓

$x^3 = y - 2 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-2} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-2} \Rightarrow f(x) = \sqrt[3]{x-2}$

ب) $x^2 - 2x + 2 = ax^2 + bx + c \Rightarrow$ یک به یک نیست $\Rightarrow$ تابع صورت نمی گیرد

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow \frac{3x_1+1}{x_1-2} = \frac{3x_2+1}{x_2-2} \Rightarrow 3x_1x_2 - 4x_1 + x_2 - 2 = 3x_2x_1 - 4x_2 + x_1 - 2 \Rightarrow -4x_1 + x_2 = -4x_2 + x_1 \Rightarrow x_1 = x_2$ یک به یک است ✓

$\Rightarrow yx - 2y = 3x + 1 \Rightarrow yx - 3x = 2y + 1 \Rightarrow x(y-3) = 2y + 1 \Rightarrow x = \frac{2y+1}{y-3} \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x-3}$

ب) $y = \frac{x+2}{x+2} = 1 \Rightarrow y = 1$ تابع همگرا نیست و تابع افقی است و تابع ثابت ۱ باشد در نتیجه یک به یک نیست و تابع معکوس هم ندارد.

$f(x) = \frac{x+2}{x+2} \Rightarrow f(x_1) = \frac{x_1+2}{x_1+2} = 1 \Rightarrow f(x_2) = \frac{x_2+2}{x_2+2} = 1 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ اثبات یک به یک بودن

