۱۹٫۷۵

نام و نام خانوادگی ...... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۱۰.. **کلاس** ......

۱

هیچ دو زوج مرتبی با مولفه‌های اول یکسان نباشد مگر اینکه دوم‌ها یکسان باشند

if $\begin{cases}(x_1,y)\in f\\(x_2,y)\in f\end{cases}\rightarrow x_1=x_2$

الف) $\{(3,2),(n,5),(3,n^2-n),(m,2),(-1,4)\}$

$(3,2)=(m,2)$ $\boxed{m=3}$

$(3,2)=(3,n^2-n)$ $n^2-n-2=0$ ریشه‌ها $\rightarrow$ -1، $-\frac{c}{a}=2$ غ‌ق‌ق $\rightarrow (-1,5)\neq(-1,4)$

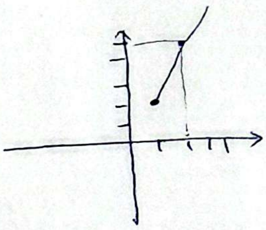
ب) $\{(-1,1),(1,2),(3,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$

$(2,3)=(m,3)$ $\boxed{m=2}$ $m=2\Rightarrow m-1=1$ $(-1,1)=(a,1)$ $\boxed{a=-1}$

$a=-1\Rightarrow a+2=1$ $(1,2)=(1,n)$ $\boxed{n=2}$

ی

۲ ۱٫۲۵



$\boxed{a<1}$

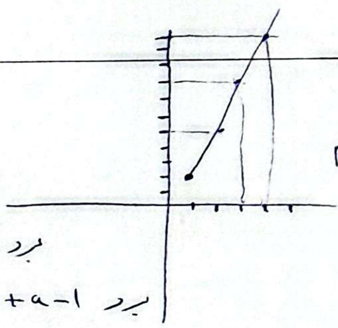
$f(x)\begin{cases}3x-1 & x\geqslant 1\\ x+a & x<1\end{cases}$ $R=[2,+\infty)$

$x+a<2\Rightarrow x<2$ $a2-a=1$ $\boxed{a=1}$

۳

x	۱	۲	۳	۴ ...
y	۲	۵	۸	۱۱ ...

$\begin{cases}3x-1\\x\geqslant 1\end{cases}$



$R=[2,+\infty)$

برد این دو ضابطه نباید اشتراک داشته باشد

برای یک به یک بودن $\Rightarrow a>0$ شیب $\neq 0$

$(-\infty,a-1]$ $\xleftarrow[x<0]{\text{به ازای}}$ $y=ax+a-1$ برد

$\begin{cases}a>0\\a-1<2\rightarrow a<3\end{cases}\Longrightarrow 0<a<3$ $a=1,2$

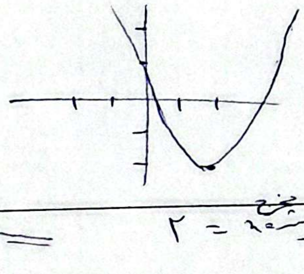
ی

۴

الف) $y=x^3+2$ $x=y^3+2\Rightarrow y^3=x-2\Rightarrow y=\sqrt[3]{x-2}$ معکوس

$\left.\begin{array}{l}y=x_1^3+2\\y=x_2^3+2\end{array}\right\}\Rightarrow x_2^3+2=x_1^3+2\Rightarrow x_1=x_2$ تابع یک به یک می‌باشد

ب) $y=x^2-4x+2$ | $\frac{-b}{2a}=2$ | -2

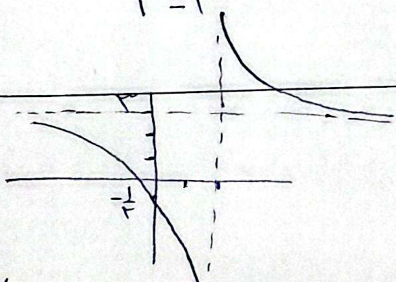


تابع یک به یک نمی‌باشد $\Leftarrow$

ی

۵

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$



مجانب قائم $\leftarrow$ ریشه مخرج $x=2$

$3=\frac{3}{1}=y=\frac{a}{c}$ $\leftarrow$ افقی $\leftarrow$

تابع یک به یک است

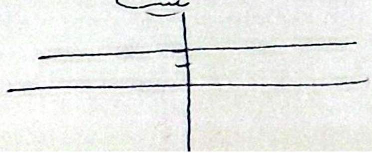
ی

معکوس تابع $x=\frac{3y+1}{y-2}$ $xy-2=3y+1\Rightarrow xy-2x=3y+1\Rightarrow xy-3y=2x+1$

$\Rightarrow y(x-3)=2x+1\Rightarrow$ $\boxed{y=\frac{2x+1}{x-3}\quad x\neq 3}$

ب) $y=\frac{2x+4}{x+2}$ $ad\neq bc$ $\leftarrow$ هموگرافیک $2\times 2=4\times 1$ $\leftarrow$ نیست

x	-1	۰	۱	۲
y	۲	۲	۲	۲



تابع ثابت $y=2$

تک به تک نیست

بدون ترسیم معکوس پذیر هم نیست

عارفه مفضل الهی

۶

الف) $y=\sqrt{x-3}$

$\left.\begin{array}{l} y=\sqrt{x_1-3} \\ y=\sqrt{x_2-3} \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{x_1-3}=\sqrt{x_2-3} \overset{(\,)^2}{\Rightarrow} x_1-3=x_2-3 \Rightarrow x_1=x_2$ یک به یک است

معکوس $\Rightarrow x=\sqrt{y-3} \Rightarrow x^2=y-3 \Rightarrow y=x^2+3 \quad x\geq 0$

ب) $y=x^2-4x+3+3+1-1 \Rightarrow y=x^2-4x+4-1 \Rightarrow y=(x-2)^2-1$

$\Rightarrow x-2=\mp\sqrt{y-1} \Rightarrow x=2\pm\sqrt{y+1} \Rightarrow f^{-1}(x)=2+\sqrt{x+1}$ (د)

یک به یک و معکوس داره

۷

$f(x)=x+\sqrt{x} \quad f^{-1}(x) \Rightarrow y+\sqrt{y}=x \Rightarrow y+\sqrt{y}+\frac{1}{4}=x+\frac{1}{4}$

$\Rightarrow x+\frac{1}{4}=(\sqrt{y}+\frac{1}{2})^2 \Rightarrow \sqrt{y}=\pm\sqrt{x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}$ (غ ق ق) $\Rightarrow y=\left(\sqrt{x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}\right)^2$

$\Rightarrow y=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}} \Rightarrow ax+b-\sqrt{x-c}$ (د)

$a=1$

$b=\frac{1}{2}$

$c=-\frac{1}{4}$

$a+2b+4c=1+2\times\frac{1}{2}+4\times-\frac{1}{4}=\boxed{1}$

۸

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \overset{(\,)^2}{\Rightarrow} \frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_2^2x_1^2-2x_2^2$

$\Rightarrow -2x_1^2=-2x_2^2 \Rightarrow x_1^2=x_2^2 \Rightarrow x_1=\pm x_2 \Rightarrow x_1=x_2$ (د)

یک به یک است

± و یعنی ترا x ۲ الکس مختلف العلامه داشته باشد نتیجه بالا اشتباه است $\rightarrow x_1=x_2$ $\rightarrow$ چون این خطا برای به توان ۲ رساندن

معکوس $y=\frac{x}{\sqrt{x^2-3}} \Rightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \Rightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow y^2x^2-3x^2=y^2$

$\Rightarrow y^2x^2-y^2=2x^2 \Rightarrow y^2=\frac{2x^2}{x^2-1} \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}}$

۹

$y=\frac{x}{1+|x|} \qquad y(1+|x|)=x$

$y+y|x|=x \Rightarrow \quad x\geq 0 \quad |x|=x$

$y+yx=x$

$x=\frac{y}{1-y}$

$g^{-1}(x)=? \quad y=\sqrt{x}-1$

$\Rightarrow y+1=\sqrt{x} \overset{(\,)^2}{\Rightarrow} x=(y+1)^2$

$\overset{\text{داریم}}{\Rightarrow} y=(x+1)^2 \Rightarrow g^{-1}(x)=(x+1)^2$

$f(x)\begin{cases} \frac{x}{1-x} & x\geq 0 \\ \frac{x}{1+x} & x<0 \end{cases}$ (د)

$x<0 \quad |x|=-x$

$y-yx=x$

$x=\frac{y}{1+y}$

$f(-\frac{2}{5})+g^{-1}(-\frac{2}{5})=-\frac{2\times 25}{3\times 25}+\frac{9\times 3}{25\times 3}=\boxed{\frac{-23}{75}}$

۱۰

$y=\sqrt[3]{x-1} \xrightarrow[\text{کردن}]{\text{معکوس}} y^3=x-1 \Rightarrow y^3+1=x \Rightarrow x^3+1=y \Rightarrow x^3+1=f(x)$ (د)

$g(x)=x^3+1+\sqrt{x^3+1} \Rightarrow g^{-1}(12)=x^3+1+\sqrt{x^3+1}$

$\boxed{x=2} \Rightarrow 2^3+1+\sqrt{2^3+1}=9+3=12$