نام و نام خانوادگی ..حنانه .... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۱۰.... **کلاس** ...یازدهم تجربی.........

۱

الف) $f=\{(3,2)(x,5)(3,x^2-x)(m,2)(-1,4)\}$ $\longrightarrow$ $x=2$, $m=3$

$x^2-x=2 \to x^2-x-2=0 \to$ ~~$x=-1$~~ $x=2$

ب) $f=\{(-1,1)(1,2)(2,3)(a,m-1)(a+2,x^2)(m,3)\}$

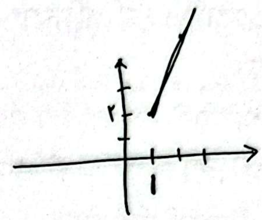
$m=2 \to a=1 \to x=2$

$\quad \hookrightarrow -1$

۲

$3x-1\ ;\ x\geq 1 \to R=[2,+\infty)$ $\Rightarrow 1+a\leq 2 \to a\leq 1$

$x+a\ ;\ x<1 \to R=(-\infty,1+a)$



۳

$3x-1\ ;\ x\geq 1 \longrightarrow R=[2,+\infty)$

$ax+a-1\ ;\ x<0 \to$ a نمی‌تواند منفی یا صفر باشد $\to R=(-\infty,a-1]$ $\to a-1<2 \to a<3$ ②

$\hookrightarrow 0<a$ ①

①∩② $\to 0<a<3$

۴

الف) $y=x^3+2 \to y_1=y_2 \to x_1=x_2 \to x_1^3+2=x_2^3+2 \to x_1=x_2$ ✓

$f^{-1}(x): x^3=y-2 \to x=\sqrt[3]{y-2} \to y=\sqrt[3]{x-2}$

ب) ضابطه کلی است و یک به یک نیست

۵

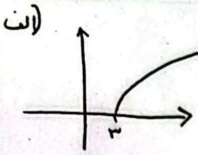
الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ → هموگرافیک یک به یک است

$yx-2y=3x+1 \to yx-2y=3x+1 \to x(y-3)=1+2y \to x=\frac{1+2y}{y-3} \to y=\frac{1+2x}{x-3} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1+2x}{x-3}$

ب) $y=\frac{4+2x}{x+2} \to \frac{2(2+x)}{x+2}=y \to y=2 \Rightarrow$ یک به یک و معکوس پذیر نیست

۶

الف)



$y=\sqrt{x-3}$

یک به یک است ✓

$x=\sqrt{y-3} \to x^2=y-3 \to x \geq 3:$

$f^{-1}(x)=x^2+3 \quad , x \geq 0$

ب) $y=x^2-4x+3 \to (x-2)^2-1=y \to (x-2)^2=y+1$

$\to x-2=\pm\sqrt{y+1} \longrightarrow x=2\pm\sqrt{y+1} \to f^{-1}(x)=2+\sqrt{x+1}$

نمی‌تواند منفی باشد چون $D=[2,+\infty)$

۷

$y=x+\sqrt{x} \to x=y+\sqrt{y} \xrightarrow{\sqrt{y}=m} x=m^2+m \to m^2+m-x=0 \to m=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+4x}}{2}$

$\sqrt{y}\geq 0 \longrightarrow m=\dfrac{-1+\sqrt{1+4x}}{2} \;,\; m=\sqrt{y} \;,\; m^2=y \to y=\left(\dfrac{\sqrt{1+4x}-1}{2}\right)^2 \Rightarrow y=\dfrac{4x+2-2\sqrt{1+4x}}{4}$

$y=x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1+4x} \to y=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}} \to f^{-1}(x)=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$

$a=1 \quad b=\frac{1}{2} \quad c=-\frac{1}{4} \to a+2b+4c=1+1-1=1$

۸

$y_1=y_2 \to \dfrac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\dfrac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \to \dfrac{x_1^2}{x_1^2-2}=\dfrac{x_2^2}{x_2^2-2} \to x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_2^2x_1^2-2x_2^2 \to 2x_1^2=2x_2^2$

$x_1=\pm x_2 \xrightarrow{\text{y نمی‌تواند ۲ تا x داشته باشد}} x_1=x_2$

$f^{-1}(x): y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-2}} \longrightarrow x=\dfrac{y}{\sqrt{y^2-2}} \Rightarrow x^2=\dfrac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2y^2-2x^2=y^2 \to x^2y^2-y^2=2x^2 \to y^2(x^2-1)=2x^2 \to$

$y^2=\dfrac{2x^2}{x^2-1} \to y=\pm\sqrt{\dfrac{2x^2}{x^2-1}} \Rightarrow y=\dfrac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}}$

۹

$f^{-1}(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1+x} & x\geq 0 \longrightarrow R=[0,1) \\ \dfrac{x}{1-x} & x<0 \longrightarrow R=(-1,0)\end{cases} \quad \overset{\cup}{\Rightarrow} (-1,1)=R$

$f(x)=\begin{cases}x\geq 0 & \dfrac{x}{1-x} \\ x<0 & \dfrac{x}{1+x}\end{cases} \to f\left(-\frac{2}{5}\right)=\dfrac{-\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{2}{3}$

$g(x)=\sqrt{x}-1 \xrightarrow{g^{(-1)}} \sqrt{y}=x+1 \to y=(x+1)^2$

$g^{-1}(x)=(x+1)^2 \to g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{9}{25}$

$f\left(-\frac{2}{5}\right)+g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{2}{3}+\frac{9}{25}=\frac{-23}{75}$

۱۰

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1} \to f(x)=x^3+1$

$g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)}=x^3+1+\sqrt{x^3+1} \to g(x)=12$

$x^3+1+\sqrt{x^3+1}=12 \xrightarrow{\sqrt{x^3+1}=n} n^2=x^3+1 \to n^2+n-12 \to n^2+n-12=0$

$n=3 \quad \cancel{n=-4} \to n\geq 0 \to n=3$

$\sqrt{x^3+1}=3 \to x^3+1=9 \to x^3=8 \to x=2 \longrightarrow g^{-1}(12)=2$