نام و نام خانوادگی ..[illegible].......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۰.... کلاس ...یازدهم تجربی...

۲۰

۱

الف) $f=\{(3,2)(x,5)(3,x^2-x)(m,2)(-1,4)\}$ $\rightarrow$ $x=2$, $m=3$

$x^2-x=2 \rightarrow x^2-x-2=0 \rightarrow$ ~~$x=-1$~~ $x=2$

ب) $f=\{(-1,1)(1,2)(2,3)(a,m-1)(a+2,x^2)(m,3)\}$

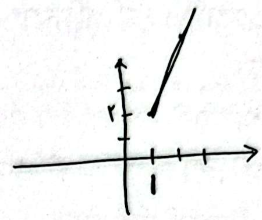
$m=2 \rightarrow a=-1 \rightarrow x=2$

$\hookrightarrow -1$

۲

$3x-1\ ;\ x\geq 1 \rightarrow R=[2,+\infty)$ $\Rightarrow 1+a\leq 2 \rightarrow a\leq 1$

$x+a\ ;\ x<1 \rightarrow R=(-\infty,1+a)$



۳

$3x-1\ ;\ x\geq 1 \rightarrow R=[2,+\infty)$

$ax+a-1\ ;\ x<0 \rightarrow$ a نباید منفی یا صفر باشد $\rightarrow$ $0<a$ ①

$\rightarrow R=(-\infty,a-1] \rightarrow a-1<2 \rightarrow a<3$ ②

① ∩ ② $\rightarrow 0<a<3$

۴

الف) $y=x^3+2 \rightarrow y_1=y_2 \rightarrow x_1=x_2 \rightarrow x_1^3+2=x_2^3+2 \rightarrow x_1=x_2$ ✓

$f^{-1}(x)=x^3=y-2 \rightarrow x=\sqrt[3]{y-2} \rightarrow y=\sqrt[3]{x-2}$

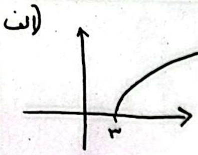
ب) ضابطه کلی است و یک به یک نیست

۵

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ $\rightarrow$ هموگرافیک یک به یک است

$yx-2y=3x+1 \rightarrow yx-2y=3x+1 \rightarrow x(y-3)=1+2y \rightarrow x=\frac{1+2y}{y-3} \rightarrow y=\frac{1+2x}{x-3} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1+2x}{x-3}$

ب) $y=\frac{4+2x}{x+2} \rightarrow \frac{2(2+x)}{x+2}=y \rightarrow y=2 \Rightarrow$ یک به یک و معکوس پذیر نیست

الف)  $y=\sqrt{x-3}$ یک به یک است ✓ $x=\sqrt{y-3}\to x^2=y-3\to x\geq 3:$ $f^{-1}(x)=x^2+3\quad ,x\geq 0$ ب) $y=x^2-4x+3\to (x-2)^2-1=y\to (x-2)^2=y+1$ $\to x-2=\pm\sqrt{y+1}\longrightarrow x=2\pm\sqrt{y+1}\to f^{-1}(x)=2+\sqrt{x+1}$ نمی‌تواند منفی باشد چون $D=[2,+\infty)$ ۲	۶
$y=x+\sqrt{x}\to x=y+\sqrt{y}\xrightarrow{\sqrt{y}=m} x=m^2+m\to m^2+m-x=0\to m=\frac{-1\pm\sqrt{1+4x}}{2}$ $\sqrt{y}\geq 0\longrightarrow m=\frac{-1+\sqrt{1+4x}}{2}\ ,\ m=\sqrt{y}\ ،\ m^2=y\to y=\left(\frac{\sqrt{1+4x}-1}{2}\right)^2\Rightarrow y=\frac{4x+2-2\sqrt{1+4x}}{4}$ $y=x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1+4x}\to y=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}\to f^{-1}(x)=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$ $a=1\quad b=\frac{1}{2}\quad c=-\frac{1}{4}\to a+2b+4c=1+1-1=1$ ۲	۷
$y_1=y_2\to\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}\to\frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2}\to x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_2^2x_1^2-2x_2^2\to 2x_1^2=2x_2^2$ $x_1=\pm x_2\xrightarrow{\text{y نمی‌تواند ۲ تا x داشته باشد}} x_1=x_2$ $f^{-1}(x):y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}\longrightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}}\Rightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-2}\Rightarrow x^2y^2-2x^2=y^2\to x^2y^2-y^2=2x^2\to y^2(x^2-1)=2x^2\to$ $y^2=\frac{2x^2}{x^2-1}\to y=\pm\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}\Rightarrow y=\frac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}}$ ۲	۸
$f^{-1}(x)=\begin{cases}\frac{x}{1+x} & x\geq 0\longrightarrow R=[0,1)\\ \frac{x}{1-x} & x<0\longrightarrow R=(-1,0)\end{cases}\quad\xrightarrow{\cup}(-1,1)=R$ $f(x)=\begin{cases}x\geq 0 & \frac{x}{1-x}\\ x<0 & \frac{x}{1+x}\end{cases}\to f\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{-\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{2}{3}$ $g(x)=\sqrt{x}-1\xrightarrow{g^{-1}}\sqrt{y}=x+1\to y=(x+1)^2$ $g^{-1}(x)=(x+1)^2\to g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{9}{25}$ $f\left(-\frac{2}{5}\right)+g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{2}{3}+\frac{9}{25}=\frac{-23}{75}$ ۲	۹
$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1}\to f(x)=x^3+1$ $g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)}=x^3+1+\sqrt{x^3+1}\to g(x)=12$ $x^3+1+\sqrt{x^3+1}=12\xrightarrow{\sqrt{x^3+1}=n} n^2=x^3+1\to n^2+n-12\to n^2+n-12=0$ $n=3\quad \cancel{n=-4}\to n\geq 0\to n=3$ $\sqrt{x^3+1}=3\to x^3+1=9\to x^3=8\to x=2\longrightarrow g^{-1}(12)=2$ ۲	۱۰