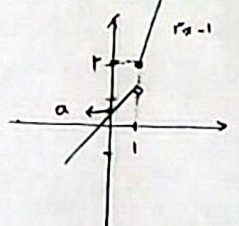


نام و نام خانوادگی پانزدهم تیرماه ۱۳۹۸ کلاس ... پاسخنانه تشریحی تکلیف شماره ... (۱۰۰٪)

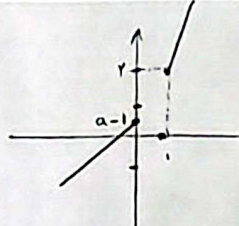
الف) $r = n^2 - n \rightarrow n^2 - n - r = 0 = (n-2)(n+1) \rightarrow n = 2$ یا -1
 اگر $n = -1 \rightarrow (-1, 5), (-1, 4) \rightarrow$ تابع نیست
 اگر $n = 2 \rightarrow (2, 5) \rightarrow$ برای اینکه یکتا باشد باید $m = 2 \rightarrow (2, 5), (2, 2) \rightarrow$ تابع نیست
 ب) $m = 2 \rightarrow (a, 1) \rightarrow$ برای اینکه یکتا باشد $a = -1$
 برای اینکه تابع باشد $n = 2 \rightarrow (1, n), (1, 2) \rightarrow$ تابع نیست

تابع به نمودار تابع برده فاصله نباید یکسان باشد یا اشتراک داشته باشد بنابراین:



$x < -1 \rightarrow x + a < 1 + a$ $1 + a \leq 2 \rightarrow a \leq 1$

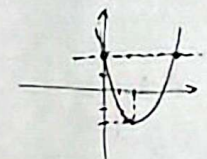
تابع به نمودار تابع برده فاصله نباید اشتراک داشته باشد. همچنین a نمی تواند متقارن باشد.



$\begin{cases} a > - \\ R_{\text{تابع}} = (-\infty, a-1] \end{cases} \rightarrow a-1 < 2 \rightarrow a < 3 \Rightarrow 0 < a < 3$

الف) $x = y^3 + 2 \rightarrow y^3 = x - 2 \rightarrow y = \sqrt[3]{x-2} = f^{-1}(x)$

ب) $y = \sqrt{x-2} = f(x)$

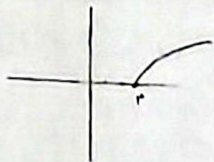


الف) تابع معکوس است، توابع معکوس باید یکدیگر هستند.

$x = \frac{y+1}{y-2} \rightarrow xy - 2x = y + 1$
 $\rightarrow xy - y = 2x + 1 = y(x-2) \rightarrow y = \frac{2x+1}{x-2} = f^{-1}(x)$

ب) $y = \frac{2x+1}{x-2} = 2 \rightarrow$ یکدیگر نیست

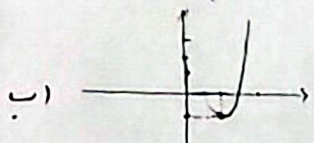
الف)



→ تعریف شده است $x = \sqrt{y-2} \rightarrow x^2 = y-2 \rightarrow x^2+2 = y = f^{-1}(x)$
 $R_f = [2, +\infty) \rightarrow D_{f^{-1}} = [2, +\infty) \rightarrow (x \geq 2)$

5

6



ب) → تعریف شده است $x = y^2 - 4y + 4 = y^2 - 4y + 4 - 1 = (y-2)^2 - 1$

→ $x+1 = (y-2)^2 \rightarrow \sqrt{x+1} = y-2 \rightarrow y = \sqrt{x+1} + 2 = f^{-1}(x)$
 $R_f = [-1, +\infty) \rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, +\infty) \rightarrow f(x) = \sqrt{x+1} + 2, x \geq -1$

$x = y + \sqrt{y} \Rightarrow x = y + \sqrt{y} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4}$

→ $x + \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{4})^2 \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{4}} = \sqrt{y} + \frac{1}{4} \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{4}$

→ $y = (\sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{4})^2 = x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}} = x + \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}} = f^{-1}(x)$

⇒ $a = 1, b = \frac{1}{4}, -c = \frac{1}{4} \rightarrow c = -\frac{1}{4}$

$1 + 2(\frac{1}{4}) + 4(-\frac{1}{4}) = 1 + 1 - 1 = 1$

5

7

$\begin{cases} f(x_1) = f(x_2) \\ x_1 = x_2 \end{cases} \rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2} \rightarrow x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 2x_2^2$

⇒ $x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2$

⇒ $x_1 = x_2 \rightarrow$ تعریف شده است

یادماندنی است که $x \geq 2$ باشد

5

8

$\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} = x \rightarrow \frac{y^2}{y^2-2} = x^2 \rightarrow y^2 = x^2 y^2 - 2x^2 \rightarrow x^2 y^2 - y^2 = y^2(x^2-1)$

⇒ $y^2 = \frac{2x^2}{x^2-1} \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}} = \pm \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}} \rightarrow y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$
 چون $x \geq 2$ و y همواره مثبت است و x را در نظر بگیریم.

$g(x) = \{(x_1, -\frac{r}{\omega})\}, g^{-1}(x) = \{(-\frac{r}{\omega}, x_1)\}$

→ $\sqrt{x_1-1} = -\frac{r}{\omega} \rightarrow \sqrt{x_1} = \frac{-r-1}{\omega} = \frac{r}{\omega} \rightarrow x_1 = \frac{9}{r\omega}$

$f(x) = \{(x_r, -\frac{r}{\omega})\}, f(x) = \{(-\frac{r}{\omega}, x_r)\}$

$\frac{x_r}{1+x_r} = -\frac{r}{\omega} \rightarrow \omega x_r = -r - x_r \rightarrow x_r > 0 \rightarrow \forall x_r = -r \rightarrow x_r = \frac{-r}{\omega} \rightarrow \frac{-r}{\omega} < 0$ غلط

$x_r < 0 \rightarrow x_r = -r \rightarrow x_r = -\frac{r}{\omega} \checkmark$

$f(-\frac{r}{\omega}) + g^{-1}(-\frac{r}{\omega}) = -\frac{r}{\omega} + \frac{9}{r\omega} = \frac{-\omega^2 + 9}{r\omega} = \frac{-r^2}{r\omega}$

5

9

$g^{-1}(x) = \{(1, y)\}, g(x) = \{(y+1, x)\}$

$g(y) = f(x) + \sqrt{f(x)} = 12 \rightarrow f(x) + \sqrt{f(x)} - 12 = (\sqrt{f(x)} + 4)(\sqrt{f(x)} - 3) = 0$

→ $\sqrt{f(x)} = 3 \rightarrow f(x) = 9 \rightarrow f(x) = \{(x, 9)\}, f^{-1}(x) = \{(9, x)\}$

→ $f^{-1}(9) = \sqrt{9-1} = \sqrt{8} = 2 = x$

$f(x) = \{(x, 9)\} \Rightarrow g^{-1}(12) = 2$

5

10