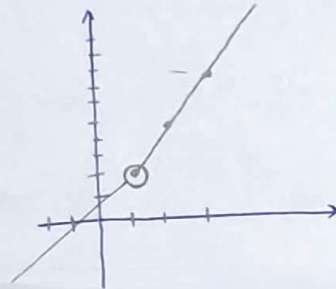


الف $f = \{(3, 2), (n, 5), (3, n^2 - n), (m, 2), (-1, 4)\} \rightarrow n^2 - n = 2$
 $n^2 - n - 2 = 0$
 $(n-2)(n+1) \rightarrow n=2, -1$
 $n=2, m=3$

ب $f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (m, 3)\}$
 $(m, 3) \rightarrow m=2$ $(a, 1) \rightarrow a=-1$ $(1, 2) \rightarrow n=2$

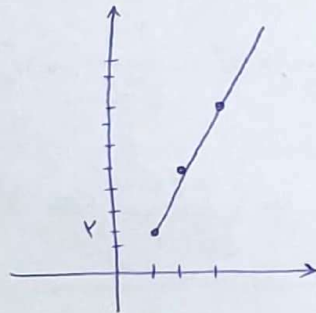
$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x \geq 1 \\ x+a & x < 1 \end{cases}$



$x+1 \rightarrow$ اولین معادله ای که با آن تابع خط یک به یک می باشد.

$a \leq 1$

$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x \geq 1 \\ ax+a-1 & x < 1 \end{cases}$



$x=0 \rightarrow a-1 \leq 2$

$a \leq 3$

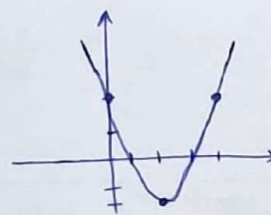
اولی است $\Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow 2x+1=y \rightarrow x \leq 0$ و y کمتر از ۲ می شود.

اگر $3x+2=y$ (که $x=0$)
 واضح می شود که روی همان نقطه ای
 یعنی می افتد و مشکلی به وجود نمی آید.

الف $x^3+2=y$ تابع یک به یک و وارده
 به صورت بالا آمده است.
 یک به یک می باشد

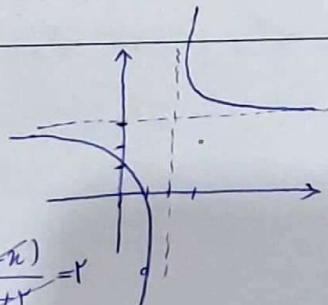
$\Rightarrow x=y^3+2 \rightarrow y^3=x-2 \rightarrow y=\sqrt[3]{x-2}$

ب $x^2-kx+2=y$
 $k-8+2=-2$
 $\frac{k}{2}=2$
 یک به یک نیست



طبق شکل تابع یک به یک نمی باشد
 چون با کشیدن خط عمودی
 محور ها را تا بی نهایت قطع می کند...

الف $y = \frac{3x+1}{x-2}$

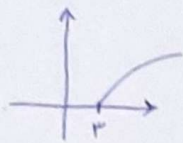


ب $y = \frac{k+3x}{x+2} = \frac{2(2+x)}{x+2} = 2$

$x \neq -2 \rightarrow \frac{k+3x}{x+2} = 2 \rightarrow k+3x = 2x+4 \rightarrow k = 4-x$

الف تابع همگرا نیست و یک به یک است.
 $yx-2y=3x+1 \rightarrow x(y-2)=3y+1 \rightarrow x=\frac{3y+1}{y-2}$
 $y=\frac{3x+1}{x-2}$
 یک به یک و معکوس نیز نمی باشد.

$$\text{أ) } y = \sqrt{x-2} \rightarrow x = \sqrt{y-2} \rightarrow x^2 = y-2 \rightarrow x^2 + 2 = y$$



استبدال

المعكوس

$$x-2 > 0 \\ x > 2$$

$$y = x^2 - 2x + 2 + 1 - 1$$

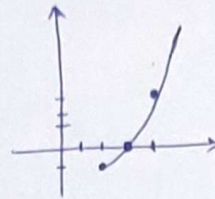
$$y = (x-2)^2 - 1$$

$$x-2 = \pm \sqrt{y+1}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{y+1}$$

$$\text{ب) } y = x^2 - 2x + 2, x \in [2, +\infty)$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$



$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

$$(0, +\infty)$$

$$\text{أ) } x = y\sqrt{y} \rightarrow x + \frac{1}{x} = \left(\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}}\right)^2 \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{x}} = \sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}}$$

$$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c} \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{y} \rightarrow \left(\sqrt{x + \frac{1}{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = y$$

$$a+2b+c=?$$

$$\rightarrow 1+1-1=1$$

$$\text{ب) } y = x + \frac{1}{x} - \sqrt{x + \frac{1}{x}} \rightarrow a=1, b=\frac{1}{x}, c=-\frac{1}{x}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} = y$$

$$\sqrt{x^2-2} = \sqrt{x^2-2} \rightarrow x^2 - 2 = x^2 - 2 \rightarrow x^2 = x^2$$

$$\text{المعكوس: } \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} = x \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \rightarrow x^2 y^2 - 2x^2 = y^2 \\ y^2(x^2-1) = 2x^2$$

$$\text{المعكوس: } y = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}} \Leftarrow y^2 = \frac{2x^2}{x^2-1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \rightarrow \frac{x}{1+|x|} = -\frac{r}{a} \Rightarrow -\Delta x = r + r|x| \rightarrow -\Delta x - r|x| = r$$

$$g(x) = \sqrt{x} - 1 \rightarrow \sqrt{x} - 1 = -\frac{r}{a} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{r}{a} \rightarrow x = \frac{r^2}{a^2} \Rightarrow -\Delta x + rx = r \rightarrow -rx = r$$

$$f\left(-\frac{r}{a}\right) + g^{-1}\left(-\frac{r}{a}\right) \Rightarrow \frac{r}{a} - \frac{r}{r} \Rightarrow \frac{r\sqrt{a^2-2}}{a\sqrt{a^2-2}} = \frac{-r^2}{a\sqrt{a^2-2}}$$

$$x = -\frac{ar}{r}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

$$y = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow x^3 = y-1 \rightarrow x^3 + 1 = y$$

$$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$$

$$x^3 + 1 + \sqrt{x^3 + 1} = g(x)$$

$$g^{-1}(12) = \{x\}$$

$$x^3 + 1 + \sqrt{x^3 + 1} = 12$$

$$x=2 \rightarrow 8+1+\sqrt{9}=12$$