

دانش $f = \{(3, 4), (n, 5), (3, n^2 - n), (m, 3), (-1, 4)\}$

سوال 1

$$n^2 - n = 4 \rightarrow n^2 - n - 4 = 0$$

$$(n-4)(n+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} n=4 \\ n=-1 \end{cases}$$

غیر ممکن $n = -1$

دب $f = \{(3, 4), (1, 2), (2, 4), (a, m-1), (a+2, n), (m, 3)\}$

$$m=2 \rightarrow m-1 \rightarrow 2-1=1 \Rightarrow (a, 1) \rightarrow a=-1$$

$$a=-1 \rightarrow a+2 \rightarrow -1+2=1 \Rightarrow (1, n) \rightarrow n=2$$

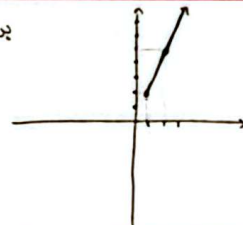
$$f(n) = \begin{cases} 3n-1 & ; n \geq 1 \\ a+a & ; n < 1 \end{cases}$$

برای یک یک بودن باید $n+a$ صورت $(-\infty, 1+a)$ باشد و $1+a=2$ باشد:

$$n=1 \rightarrow n+a < 2$$

$$1+a < 2$$

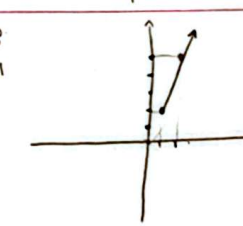
$$a < 1$$



سوال 2

$$f(n) = \begin{cases} 3n-1 & ; n \geq 1 \\ a+a & ; n < 1 \end{cases}$$

بر $3n-1$ صورت $(2, +\infty)$ است و نامتناهی است یک عدد است برای اینکه تابع یک به یک باشد پس ضمیمه n باید مثبت باشد و بر این 2 ضابطه باید اشتراکی داشته باشد پس



سوال 3

$$\begin{cases} a > 0 \\ a-1 < 2 \rightarrow a < 3 \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 3$$

پس یک به یک است $y = 2x^3 + 2$ $y_1 = y_2 \rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \rightarrow x_1 = x_2$

$$x^3 = y - 2 \rightarrow x = \sqrt[3]{y-2} \rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$$

سوال 4

پس یک به یک نیست $y = x^2 - 4x + 2$ $y_1 = y_2 \rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow x_1^2 - 4x_1 + 2 = x_2^2 - 4x_2 + 2 \rightarrow x_1 = \pm x_2$

سیمی $\rightarrow$

تابع هجرتا یک است پس یک به یک $y = \frac{3x+1}{x-2}$

$$y(x-2) = 3x+1 \rightarrow x(y-3) = 3y+1 \rightarrow x = \frac{3y+1}{y-3} \rightarrow y = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

سوال 5

تابع هجرتا یک نیست $\frac{4+2x}{x+2} \rightarrow$ چون $ad \neq cb$ و تابع ثابت است

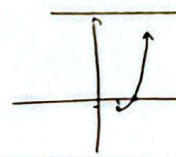


تابع یک به یک است $y = \sqrt{x-3}$

سوال 6

$$y = \sqrt{x-3} \rightarrow x = y^2 + 3 \rightarrow x^2 = y^2 + 3 \rightarrow y = x^2 + 3 \quad x \geq 0 \quad f^{-1}(x) = x^2 + 3 \quad x \geq 0$$

باتوجه به دامنه داشتن یک به یک است $y = x^2 - 4x + 3, x \in [2, +\infty)$



$$y = x^2 - 4x + 3 + 1 - 1 \rightarrow y = (x-2)^2 - 1 \rightarrow x-2 = \pm \sqrt{y+1}$$

$$x = \pm \sqrt{y+1} + 2 \rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+1}$$

علامت منفی غیر قابل قبول است چون دامنه اولیه $x \geq 2$ بود پس برد تابع معکوس نیز باید از 2 بیشتر باشد

$f(x) = x + \sqrt{x}$, $D_f = (0, +\infty)$ $f^{-1}(x) = a + b - \sqrt{x - c}$, $a + 2b + 4c = ?$

$y = x + \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x} + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4}$

$x = (\sqrt{y} + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4} \rightarrow x + \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{4})^2 \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$

$a + 2b + 4c = 1 + 2(\frac{1}{4}) + 4(-\frac{1}{4}) = 1$

و نیز $y = x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

$f^{-1}(x) = x + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

$\Rightarrow a = 1 \quad b = \frac{1}{4} \quad c = -\frac{1}{4}$

$g = \frac{x}{x^2 - 2} \rightarrow f(m_1) = f(m_2) \rightarrow \frac{m_1}{x_1^2 - 2} = \frac{m_2}{x_2^2 - 2} \rightarrow$ با توجه به علامت بودن m_1 و m_2 و توان دو طرف درصاف

$\frac{m_1^2}{x_1^2 - 2} = \frac{m_2^2}{x_2^2 - 2} \Rightarrow m_1^2 x_2^2 - 2 m_1^2 = m_2^2 x_1^2 - 2 m_2^2 \Rightarrow m_1^2 x_2^2 - 2 m_1^2 = m_2^2 x_1^2 - 2 m_2^2 \Rightarrow m_1^2 x_2^2 - m_2^2 x_1^2 = 2 m_1^2 - 2 m_2^2$

چون g یک جواب x_2 مختلف از x_1 است پس باید استنباط کرد $m_1 = m_2$ ، پس $x_1 = x_2$ و $x_1 = x_2 = x$

$g = \frac{x}{x^2 - 2} \rightarrow x = \frac{y}{y^2 - 2} \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 2} \rightarrow x^2 y^2 - 2 x^2 = y^2 \rightarrow y^2 x^2 - y^2 = 2 x^2$

$y^2 = \frac{2 x^2}{x^2 - 1} \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{2 x^2}{x^2 - 1}} \rightarrow y = \frac{\sqrt{2} x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{1 + |x|}$, $g(x) = \sqrt{x} - 1$, $f(-\frac{2}{\omega}) + g^{-1}(-\frac{2}{\omega}) = ?$

g دایره وارون $= -\frac{2}{\omega} \rightarrow -\frac{2}{\omega} = g(x)$

$\Rightarrow \sqrt{x} - 1 = -\frac{2}{\omega} \rightarrow \sqrt{x} = \frac{\omega}{\omega} - \frac{2}{\omega} \rightarrow x = \frac{9}{\omega^2}$

$-\frac{2}{\omega} = f$ دایره وارون $\rightarrow -\frac{2}{\omega} = f^{-1}(x)$

$f(-\frac{2}{\omega}) + g^{-1}(-\frac{2}{\omega}) = \frac{-2}{\omega} + \frac{9}{\omega^2} = \frac{-2\omega + 9}{\omega^2}$

$\Rightarrow \frac{x}{1 + |x|} = -\frac{2}{\omega} \rightarrow \omega x = -2 + 2|x| \rightarrow \omega x = -2 + 2x \rightarrow 2x - \omega x = -2 \rightarrow x = \frac{-2}{2 - \omega}$

اگر x مثبت باشد جواب واضح و جزئی نیاردا

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$, $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$, $g^{-1}(12) = ?$

$12 = g(x)$ پس $12 = f(x) + \sqrt{f(x)}$

$\hookrightarrow y = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow x^3 = y-1 \rightarrow x^3 + 1 = y \rightarrow f(x) = x^3 + 1$

$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} = 12 \rightarrow f(x) = 9$

$x^3 + 1 = 9$
 $x^3 = 8$
 $x = 2$