

دانش  $f = \{(3, 2), (n, 5), (3, n^2 - n), (m, 3), (-1, 4)\}$

سوال 1

$$n^2 - n = 2 \rightarrow n^2 - n - 2 = 0$$

$$(n-2)(n+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = -1 \end{cases}$$

غیر قابل قبول  $n = -1$

دب  $f = \{(-1, 4), (1, 2), (2, 4), (a, m-1), (a+2, n), (m, 3)\}$

$$m = 2 \rightarrow m - 1 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow (a, 1) \rightarrow a = -1$$

$$a = -1 \rightarrow a + 2 = -1 + 2 = 1 \Rightarrow (1, n) \rightarrow n = 2$$

2

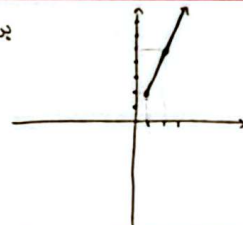
$$f(n) = \begin{cases} 3n-1 & ; n \geq 1 \\ a+a & ; n < 1 \end{cases}$$

برای یک یک بودن باید  $n+a$  صورت  $(-\infty, 1+a)$  باشد و  $1+a=2$  باشد:

$$n=1 \rightarrow n+a < 2$$

$$1+a < 2$$

$$a < 1$$

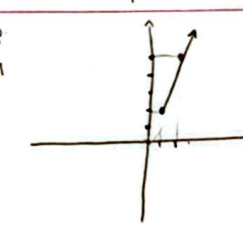


سوال 2

3

$$f(n) = \begin{cases} 3n-1 & ; n \geq 1 \\ a+a & ; n < 1 \end{cases}$$

بر  $3n-1$  صورت  $[2, +\infty)$  است و فضا باید یک فرد است برای اینکه تابع یک به یک باشد پس ضمیمه فرد باید مثبت باشد و فرد این  $2$  فضا باید اشتراکی داشته باشد پس



سوال 3

4

$$\begin{cases} a > 0 \\ a-1 < 2 \rightarrow a < 3 \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 3$$

بسیار یک به یک است  $y = 2x^3 + 2 \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \rightarrow x_1 = x_2$

سوال 4

5

$$n^3 = y - 2 \rightarrow n = \sqrt[3]{y-2} \rightarrow y = \sqrt[3]{n-2} \rightarrow f^{-1}(n) = \sqrt[3]{n-2}$$

بسیار یک به یک نیست  $y = 2x^2 - 4x + 2 \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow x_1^2 - 2x_1 + 1 = x_2^2 - 2x_2 + 1 \rightarrow x_1 = x_2$

سیمی

تابع هجرتا یک است پس یک به یک  $y = \frac{3n+1}{n-2}$

سوال 5

6

$$yn - 2y = 3n + 1 \rightarrow n(y-3) = 2y+1 \rightarrow n = \frac{2y+1}{y-3} \rightarrow y = \frac{3n+1}{n-2} \rightarrow f^{-1}(n) = \frac{3n+1}{n-2}$$

تابع هجرتا یک نیست  $\frac{4+2n}{n+2} \rightarrow$  چون  $ad \neq cb$  و تابع ثابت است

تابع یک به یک است  $y = \sqrt{n-3}$

سوال 6

7

$$y = \sqrt{n-3} \rightarrow n = \sqrt{y-3} \rightarrow n^2 = y-3 \rightarrow y = n^2 + 3 \quad n \geq 0 \quad f^{-1}(n) = n^2 + 3 \quad n \geq 0$$

باتوجه به دامنه داشتن یک به یک است  $y = n^2 - 4n + 3, n \in [2, +\infty)$

$$y = n^2 - 4n + 3 + 1 - 1 \rightarrow y = (n-2)^2 - 1 \rightarrow n-2 = \pm \sqrt{y+1}$$

$$n = \pm \sqrt{y+1} + 2 \rightarrow f^{-1}(n) = 2 + \sqrt{n+1}$$

علامت منفی غیر قابل قبول است چون دامنه اولیه  $n \geq 2$  بود پس برد تابع معکوس نیز باید از 2 بیشتر باشد

$$f(x) = x + \sqrt{x}, D_f = (0, +\infty) \quad f^{-1}(x) = a + b + \sqrt{x - c}, \quad a + 2b + 4c = ?$$

سوال ۵

$$y = x + \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x} + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4}$$

$$x = (\sqrt{y} + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4} \rightarrow x + \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{4})^2 \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

۵

$$a + 2b + 4c = 1 + 2(\frac{1}{4}) + 4(-\frac{1}{4}) = 1$$

$$\xrightarrow{\text{توسعه}} y = x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$$

$$f^{-1}(x) = x + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow a = 1 \quad b = \frac{1}{4} \quad c = -\frac{1}{4}$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} \rightarrow f(m_1) = f(m_2) \rightarrow \frac{m_1}{\sqrt{m_1^2 - 4}} = \frac{m_2}{\sqrt{m_2^2 - 4}} \rightarrow \text{با توجه به علامت مثبت و منفی و توان دو طرف درصاف}$$

سوال ۸

$$\frac{m_1^2}{m_1^2 - 4} = \frac{m_2^2}{m_2^2 - 4} \Rightarrow m_1^2 m_2^2 - 4 m_1^2 = m_2^2 m_1^2 - 4 m_2^2 \Rightarrow m_1^2 = m_2^2 \rightarrow m_1 = \pm m_2$$

چون  $y$  منهای صفر است و از آنجا که  $m_1 = m_2$  یا  $m_1 = -m_2$  است، پس  $m_1 = m_2$  یا  $m_1 = -m_2$  است.

۵

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} \rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 4}} \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 4} \rightarrow x^2 y^2 - 4x^2 = y^2 \rightarrow y^2 x^2 - y^2 = 4x^2$$

$$y^2 = \frac{4x^2}{x^2 - 1} \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{4x^2}{x^2 - 1}} \rightarrow y = \frac{\sqrt{4x^2}}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

علامت  $y$  و  $x$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1 + |x|}, \quad g(x) = \sqrt{x} - 1, \quad f(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5}) = ?$$

سوال ۹

$$g \text{ دایره وارون} = -\frac{2}{5} \rightarrow -\frac{2}{5} = g(x)$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} - 1 = -\frac{2}{5} \rightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = \frac{9}{25}$$

$$-\frac{2}{5} = f \text{ دایره وارون} \rightarrow -\frac{2}{5} = f^{-1}(x)$$

$$f(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5}) = \frac{2}{5} + \frac{9}{25} = \frac{19}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1 + |x|} = -\frac{2}{5} \rightarrow 5x = -2 + 2|x| \rightarrow 5x = -2 + 2x \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

اگر  $x$  مثبت باشد جواب واضح و جزئی ندارد

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}, \quad g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}, \quad g^{-1}(x) = ?$$

$$12 = g(x) \text{ سبب } 12 = f(x) + \sqrt{f(x)}$$

سوال ۱۰

$$\hookrightarrow y = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow x = \sqrt[3]{y+1} = x^3 = y+1 \rightarrow x^3 + 1 = y \rightarrow f(x) = x^3 + 1$$

۵

$$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} = 12 \rightarrow f(x) = 9$$

$$x^3 + 1 = 9$$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2$$