کیانا عطایی - یازدهم تجربی

(1

الف) $f=\{(3,2)(x,5)(3,x^2-x)(m,2)(-1,4)\}$

$m=3$

$x^2-x=2$

اگر $x=-1$

$x^2-x-2=(x-2)(x+1) \Longrightarrow x=2$ یا $-1 \longrightarrow$ $(-1,4)(-1,5)$ ✗ تابع نیست

$x=2$

ب) $f=\{(-1,1)(1,2)(2,3)(a,\cancel{m-1})(\cancel{a+4},n)(m,3)\}$

$a=-1$ $\quad m=2$ $\quad n=2$

(2 تابع $f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 1\\ x+a & x<1\end{cases}$ یک به یک است حدود a را بدست آورید

$x\geq 1:\ 3x-1 \longrightarrow R_f: [2,+\infty)$

$x<1:\ (-\infty,1+a) \rightarrow R_f: 1+a \leq 2$

$a\leq 1:\ (-\infty,1]$

(3

$x\geq 1:\ 3x-1 \longrightarrow R_f: [2,+\infty)$

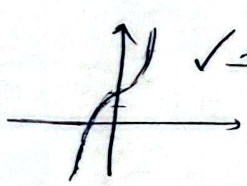
$x<1:\ ax+a-1 \longrightarrow$ چون می‌خواهیم جوابی در بازه $[2,+\infty$ نداشته باشد a باید مثبت باشد $:\ R_f: (-\infty, a-1)$

$a-1\leq 2$

$a\leq 3:\ (-\infty,3]$

(4

الف) $y=x^3+2$



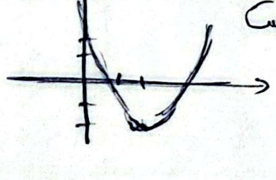
یک به یک است ✓

$x=y^3+2$

$y=\sqrt[3]{x-2}$

ب) $x^2-4x+2=y$

$\hookrightarrow (x-2)^2-2$



یک به یک نیست

$y^2-4y+2=x=(y-2)^2-2 \rightarrow x+2=(y-2)^2 \longrightarrow \sqrt{x+2}+2=y$

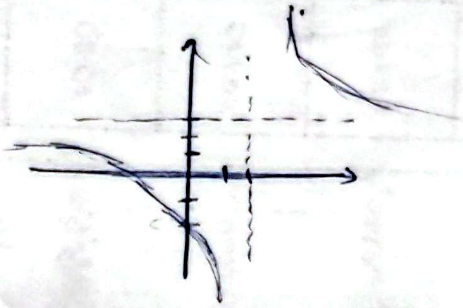
(ب)

$y=\frac{3x+1}{x-2}$

حتما

خط افقی قطعش می‌کند

یک به یک است ✓



$\frac{3y+1}{y-2}=x$

$\to y=-\frac{-2x-1}{+x-3}=\frac{2x+1}{x-3}$

$y=\frac{4+2x}{x+2}=2 \to$ یک به یک نیست

(ج)

$y_1=y_2 \Longrightarrow \sqrt{x_1-4}=\sqrt{x_2-4} \longrightarrow x_1-4=x_2-4$

$x_1=x_2$ ✓

یک به یک است

$x=\sqrt{y-4} \Rightarrow x^2+4=y$

$y=x^2-4x+3=(x-3)(x-1) \qquad x\in[2,+\infty) \longrightarrow$ چون از راس سمت به بعد است یک به یک است ✓

$x=y^2-4y+3=(y-2)^2-1$

$x+1=(y-2)^2 \Rightarrow \sqrt{x+1}+2=y$

(د)

$f(x)=x+\sqrt{x} \longrightarrow y=x+\sqrt{x} \xrightarrow{\text{وارون}} x=\underbrace{y+\sqrt{y}+\frac{1}{4}}-\frac{1}{4}$

$x+\frac{1}{4}=\left(\sqrt{y}+\frac{1}{2}\right)^2$

$\sqrt{x+\frac{1}{4}}=\sqrt{y}+\frac{1}{2}$

$\left(\sqrt{x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}\right)^2=y$

$1+1-1=1$

$x+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$

$a=1 \qquad b=\frac{1}{2} \qquad c=-\frac{1}{4}$

۸)

$$\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} = y \qquad \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}$$

$$\cancel{1-\frac{2}{x_1^2-2}} \quad \cancel{\frac{x_1^2}{x_1^2-2}} = \cancel{\frac{x_2^2}{x_2^2-2}} \quad \cancel{1-\frac{2}{x_2^2-2}}$$

$$x_1^2 = x_2^2 \longrightarrow x_1 = \pm x_2 \ \times$$

چون x و y هم علامت‌اند فقط $x_1=x_2$ قابل قبول است و تابع یک به یک است

۹) $g(x) = \sqrt{x}-1$ و $f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|}$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} = y$$

$$x = \frac{y}{1+|y|} \to x+|y|x = y$$

$$y-|y|x = x \to y>0 \quad y-yx=x$$

$$y<0 \quad y+yx=x$$

$$y(x+1) = x$$

$$y = \frac{x}{x+1} = \frac{-\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{2}{3}$$

$$g^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) \Rightarrow \sqrt{x}-1 = -\frac{2}{5}$$

$$x = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$-\frac{2}{3} + \frac{9}{25} = \frac{\cancel{-50+27}\ -23}{75}$$

$$\cancel{f\left(-\frac{1}{5}\right) + g^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)}$$

۱۰) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$ و $g(x) = f(x)+\sqrt{f(x)}$ با شرط حاصل $g^{-1}(12)$؟

$$12 = x^3+1 + \sqrt{x^3+1}$$

$$y = \sqrt[3]{x-1}$$

$$f(x) \to x = \sqrt[3]{y-1}$$

$$t^2+t-12=0$$

$$(t+4)(t-3)$$

$$x^3 = y-1$$

$$t = 3 = \sqrt{x^3+1} \Rightarrow \qquad y = x^3+1$$

$$\cancel{t = -4 = \sqrt{x^3+1}}$$

$$9 = x^3+1$$

$$x = 2$$