١٨/٢٥

کیانا عطایی - یازدهم تجربی

(1) ٣

الف) $f=\{(3,2)(n,5)(3,n^2-n)(m,2)(-1,4)\}$

$m=3$

$n^2-n=2$

اگر $n=-1$

$n^2-n-2=(n-2)(n+1) \Longrightarrow n=2$ یا $-1 \longrightarrow$ $(-1,4)(-1,5)$ X
تابع نیست

$n=2$

ب) $f=\{(-1,1)(1,2)(2,3)(a,m-1)(\cancel{a+2},n)(m,3)\}$

$a=-1$ $m=3$ $n=2$

(2) تابع $f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 1\\ x+a & x<1\end{cases}$ یک به یک است حدود a را بدست آورید

٢

$x\geq 1 : 3x-1 \longrightarrow R_f : [2,+\infty)$

$x<1 : (-\infty,1+a) \rightarrow R_f : 1+a \leq 2$

$a\leq 1 : (-\infty,1]$

(3) ١/٥

$x\geq 1 : 3x-1 \longrightarrow R_f : [2,+\infty)$

$x<0 : ax+a-1 \longrightarrow [2,+\infty$ چون می‌خواهیم جوابی در بازه نداشته باشد a باید مثبت باشد $; R_f : (-\infty,a-1)$

$a-1\leq 2$

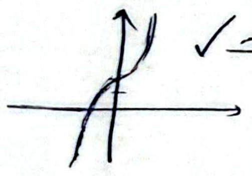
$a>0$

$0<a\leq 3$

$a\leq 3 : (-\infty,3]$

(4) ٢

الف) $y=x^3+2$



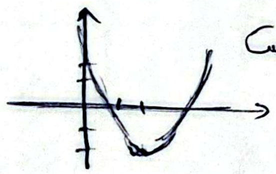
یک به یک است ✓

$x=y^3+2$

$y=\sqrt[3]{x-2}$

ب) $x^2-4x+2=y$

$\sim (x-2)^2-2$



یک به یک نیست

$y^2-4y+2=x=(y-2)^2-2 \rightarrow x+2=(y-2)^2 \longrightarrow \sqrt{x+2}+2=y$

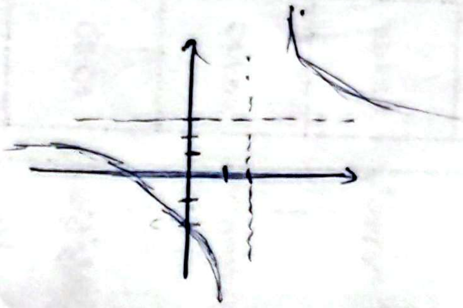
۵)

جواب

خط افقی قطعش می‌کند

یک به یک است ✓

$$y=\frac{3x+1}{x-2}$$



۲

$$\frac{3y+1}{y-2}=x$$

$$\Rightarrow y=-\frac{-2x-1}{+x-3}=\frac{2x+1}{x-3}$$

$y=\frac{x^2+2x}{x+2}=2 \to$ یک به یک نیست

۶)

$y_1=y_2 \Longrightarrow \sqrt{x_1-4}=\sqrt{x_2-4} \longrightarrow x_1-4=x_2-4$

$x_1=x_2$ یک به یک است ✓

$$x=\sqrt{y-4} \Longrightarrow x^2+4=y$$

۲

$y=x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$ $\quad x\in[2,+\infty) \longrightarrow$ چون از راس سهمی به بعد است یک به یک است ✓

$$x=y^2-4y+3=(y-2)^2-1$$

$$x+1=(y-2)^2 \Longrightarrow \sqrt{x+1}+2=y$$

۷)

$$f(x)=x+\sqrt{x} \longrightarrow y=x+\sqrt{x} \xrightarrow{\text{وارون}} x=\underbrace{y+\sqrt{y}+\frac{1}{4}}-\frac{1}{4}$$

$$x+\frac{1}{4}=\left(\sqrt{y}+\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\sqrt{x+\frac{1}{4}}=\sqrt{y}+\frac{1}{2}$$

۲

$$\left(\sqrt{x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}\right)^2=y$$

$$1+1-1=1$$

$$x+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$$

$a=1$ $\quad b=\frac{1}{2}$ $\quad c=-\frac{1}{4}$

۸

۱

$$\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}=y \qquad \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}$$

$$y=\frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$\cancel{1-\frac{2}{x_1^2-2}} \quad \cancel{\frac{x_1^2}{x_1^2-2}} = \cancel{\frac{x_2^2}{x_2^2-2}} \quad \cancel{1-\frac{2}{x_2^2-2}}$$

x و y هم علامت هستند پس نیازی به علامت $\pm$ نیست

$$x_1^2=x_2^2 \longrightarrow x_1=\pm x_2 \quad X$$

چون x و y هم علامت هستند فقط $x_1=x_2$ قابل قبول است و تابع یک به یک است

۹) $g(x)=\sqrt{x-1}$ و $f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|}$

۱,۷۵

$$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|}=y$$

$$x=\frac{y}{1+|y|} \to x+|y|x=y$$

$$y-|y|x=x \to y>0 \quad y-yx=x$$

$$y<0 \quad y+yx=x$$

$$y(x+1)=x$$

$$y=\frac{x}{x+1}=\frac{-\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{2}{3}$$

$$g^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) \Rightarrow \sqrt{x-1}=-\frac{2}{5}$$

$$x=\left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$-\frac{2}{3}+\frac{9}{25}=\frac{-50+27}{75}=\frac{-23}{75}$$

$$\cancel{F\left(-\frac{2}{5}\right)+g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)}$$

۱۰) $f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1}$ و $g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)}$ باشد حاصل $g^{-1}(12)$؟

۲

$$12=x^3+1+\sqrt{x^3+1}$$

$$y=\sqrt[3]{x-1}$$

$$f(x)\to x=\sqrt[3]{y-1}$$

$$x^3=y-1$$

$$y=x^3+1$$

$$t^2+t-12=0$$

$$(t+4)(t-3)$$

$$t=3=\sqrt{x^3+1} \Rightarrow 9=x^3+1$$

$$\cancel{t=-4=\sqrt{x^3+1}}$$

$$x=2$$