

الف) $n^2 - n = 2 \rightarrow n = -1$ $m = 3$
 $\rightarrow n = 2$

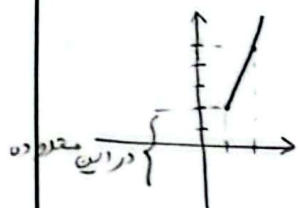
ب) $m = 2$, $(a, m) \rightarrow a = -1$, $(a, n) \rightarrow n = 2$

۱

$3x - 1 + \frac{1}{2} \frac{2}{5}$

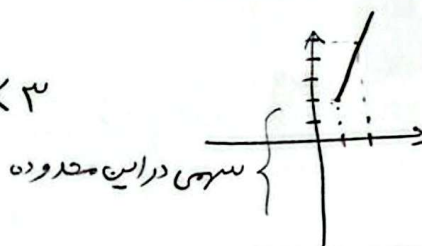
$x + a$; $x < 1$

تابع $y = x$ را به اندازه a در راستای محور y جابه جایی کنیم به طوری که هیچ y یکسانی به ما دو مقدار x ندهد.
 $\Rightarrow a \in (-\infty, 1]$



۲

$a - 1 < 2 \rightarrow a < 3$
 $a \geq 0$



۳

الف) $y = x^3 + 2$ یک به یک است $\Rightarrow x = y^3 + 2 \rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$
 $x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \rightarrow x_1^3 = x_2^3 \rightarrow x_1 = x_2 \checkmark$

$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 2$ یک به یک نیست
 شکل یک سهمی است

۴

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ یک به یک است (تابع همگرافیک) $\Rightarrow \frac{3y+1}{y-2} = x \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x-3}$

ب) $y = \frac{4+2x}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} \Rightarrow y = 2$ خط
 یک به یک نیست

۵

الف) $y = \sqrt{x-3}$ یک به یک است $\rightarrow x = \sqrt{y-3} \rightarrow y = x^2 + 3, x \geq 0$
 $\sqrt{x_1-3} = \sqrt{x_2-3} \xrightarrow{()^2} x_1-3 = x_2-3$
 $x_1 = x_2 \checkmark$

ب) $y = x^2 - 4x + 3, x \in [2, +\infty) \rightarrow x = y^2 - 4y + 3 \rightarrow (y-2)^2 - 1 = x$
 $x_5 = \frac{4}{9} = 2$ با توجه به دامنه یک به یک است $y-2 = \pm \sqrt{x+1}$

$y = \sqrt{x+1} + 2$ از اونجایی که دامنه $f(x)$ از ۲ بزرگتر است $\rightarrow$ برد $f^{-1}(x)$ هم باز از ۲ بزرگتر باشد پس $\sqrt{x+1} + 2$

$y = x + \sqrt{x} \rightarrow x = y + \sqrt{y} \rightarrow y + \sqrt{y} - x = 0$

$\hookrightarrow Df = (0, +\infty)$

$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4x}}{2}$

$\hookrightarrow R_{f^{-1}} = (0, +\infty) \rightarrow$ پس منفی نمی‌تونه باشه

$y = \frac{-1 + \sqrt{1+4x}}{2}$

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2} \rightarrow (x_1+x_2)^2 - 2x_1^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_2^2$
 $x_1^2 = x_2^2$

$x_1 = \pm x_2$ چون با توجه به ضابطه x و هم علامتند هیچوقت به y نمی‌تونه
 و مقدار مختلف علامت x داشته باشه پس یک به یک است

$x = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \rightarrow y^2(x^2-1) = 2x^2 \rightarrow y^2 = \frac{2x^2}{x^2-1} \rightarrow y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$

$f\left(-\frac{r}{\omega}\right) \Rightarrow \frac{-r}{\omega} = \frac{x}{1+|x|} \rightarrow -r|x| = \omega x + r < \begin{matrix} x = \frac{-r}{\omega} \\ x = \frac{-r}{\omega} \end{matrix}$
 $\hookrightarrow$ بزرگترین دامنه f^{-1}

$g(x) = \sqrt{x} - 1 \rightarrow x = \sqrt{y} - 1 \rightarrow y = (x+1)^2 \xrightarrow{g^{-1}\left(-\frac{r}{\omega}\right)} \left(-\frac{r}{\omega} + 1\right)^2 = \frac{9}{16}$

$f\left(-\frac{r}{\omega}\right) + g^{-1}\left(-\frac{r}{\omega}\right) \rightarrow \frac{9}{16} - \frac{r}{\omega} = \frac{-13}{16\omega}$
 $\rightarrow \frac{9}{16} - \frac{r}{\omega} = \frac{-13}{16\omega}$

$y = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow x^3 = y-1 \rightarrow f(x) = x^3 + 1$

$g(x) = x^3 + 1 + \sqrt{x^3+1}$

$g^{-1}(x) = g(x)$ بر دامنه $g^{-1}(x)$

$12 = x^3 + 1 + \sqrt{x^3+1}$

$x = +2 \rightarrow g^{-1}(12) = 2$